DOCUMENTO DE TRABAJO N° 300

ELEMENTOS DE TEORÍA Y POLÍTICA MACROECONÓMICA PARA UNA ECONOMIÁ ABIERTA. QUINTA PARTE: Capítulos 15, 16 y 17.

Félix Jiménez

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

DOCUMENTO DE ECONOMÍA N° 300

ELEMENTOS DE TEORÍA Y POLÍTICA MACROECONÓMICA PARA UNA ECONOMÍA ABIERTA. QUINTA PARTE: Capítulos 15, 16 y 17.

Félix Jiménez

Octubre, 2010

DEPARTAMENTO
DE **ECONOMÍA**

DOCUMENTO DE TRABAJO 300
http://www.pucp.edu.pe/departamento/economia/images/documentos/DDD300.pdf

Av. Universitaria 1801, Lima 32 – Perú.
Teléfono: (51-1) 626-2000 anexos 4950 - 4951
Fax: (51-1) 626-2874
econo@pucp.edu.pe
www.pucp.edu.pe/departamento/economia/

Encargada de la Serie: Giovanna Aguilar Andía
Departamento de Economía – Pontificia Universidad Católica del Perú,
gaguila@pucp.edu.pe

Félix Jiménez

ELEMENTOS DE TEORÍA Y POLÍTICA MACROECONÓMICA
PARA UNA ECONOMÍA ABIERTA. QUINTA PARTE:
Capítulos 15, 16 y 17.
Lima, Departamento de Economía, 2010
(Documento de Trabajo 300)

Macroeconomía / Política monetaria / Política fiscal / Nivel de actividad

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú Nº 2010-06580
ISSN 2079-8466 (Impresa)
ISSN 2079-8474 (En línea)

Impreso en Cartolan Editora y Comercializadora E.I.R.L.
Pasaje Atlántida 113, Lima 1, Perú.
Tiraje: 100 ejemplares

ELEMENTOS DE TEORÍA Y POLÍTICA MACROECONÓMICA PARA UNA ECONOMÍA ABIERTA. QUINTA PARTE: Capítulos 15, 16 y 17.

Félix Jiménez

Resumen

La quinta parte, que consta de tres capítulos (15, 16 y 17), trata sobre la teoría del crecimiento de forma introductoria.

El capítulo 15 presenta una breve revisión de la historia de la teoría del crecimiento económico. Luego, analiza los factores que determinan el comportamiento de largo plazo de la producción agregada y de la producción per cápita; asimismo, se desarrollan los principales conceptos de la teoría del crecimiento. El capítulo 16 estudia el modelo keynesiano de crecimiento de Harrod-Domar, y el modelo neoclásico de crecimiento de Solow. Estos modelos se desarrollaron desde fines de la década de los treinta y durante la segunda mitad del siglo XX. Ambos tipos de modelos suponen la existencia de equilibrio dinámico entre el ahorro y la inversión. El capítulo 17 es una introducción a la teoría del crecimiento endógeno. En los modelos de crecimiento neoclásicos puede haber crecimiento del producto per cápita a largo plazo sólo si se incorpora exógenamente el progreso técnico. La teoría del crecimiento endógeno sustituye los supuestos fundamentales de la teoría del crecimiento neoclásico para llegar a conclusiones y propuestas de política distintas.

Abstract

The fifth part, which consists of three chapters (15, 16 y 17), presents an introduction to the theory of economic growth.

The fifteenth chapter presents a brief history of economic growth theory. Then, it analyzes the factors that determine the long-term behavior of aggregate and per capita output, and the main concepts of the theory of economic growth. The sixteenth chapter analyzes the Keynesian Harrod-Domar growth model and the neoclassical Solow growth model. These models were developed between the late thirties and the second half of the twentieth century. Both models assume the existence of dynamic long run equilibrium between savings and investment. The seventeenth chapter is an introduction to the theory of endogenous growth. In neoclassical growth models the growth of per capita output is explained by exogenous technological progress. The endogenous growth theory replaces the fundamental assumptions of the neoclassical growth theory to reach different conclusions and policy proposals.

Elementos de Teoría y Política Macroeconómica para una Economía Abierta

Quinta Parte

Capítulos 15, 16 y 17

FÉLIX JIMÉNEZ[1]

PROFESOR PRINCIPAL

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

[1] Con la asistencia de Andrea Casaverde.

Presentación

Índice

Quinta parte: Macroeconomía del largo plazo: introducción a la teoría del crecimiento económico

Presentación

Este es un texto inicialmente pensado para estudiantes de post grado en especialidades distintas a la de economía, pero que requieren, en su formación, de conocimiento básicos de teoría y política económicas. Sin embargo, durante su redacción, pensamos que un contenido más adecuado a los cursos introductorios de macroeconomía y política económica podría cumplir también con el mismo objetivo, con la ventaja de contar con un texto básico para un mercado más amplio. Tiene, además, otra ventaja. A diferencia de textos similares por su carácter introductorio, este ilustra y profundiza los temas con ejercicios resueltos.

El texto contiene cinco partes. En la primera, constituida por cuatro capítulos, se presenta una breve historia de la macroeconomía, los conceptos básicos de la contabilidad nacional y el flujo circular de la economía. La segunda y tercera parte trata del corto plazo. En ambas se aborda la macroeconomía de las fluctuaciones y la política económica en una economía abierta. En la segunda parte se presenta el modelo de ingreso-gasto keynesiano, el mercado de dinero y el modelo IS-LM. Está constituida por tres capítulos. La tercera parte consta de cuatro capítulos que presentan el modelo Mundell-Fleming, el modelo de oferta y demanda agregadas, las expectativas y los contratos como determinantes de la oferta agregada, la curva de Phillips y el modelo que incorpora la función de reacción de la política monetaria (basada en metas de inflación y regla monetaria a la Taylor).

El texto termina con la cuarta y quinta parte. La cuarta que consta de tres capítulos, trata de la política macroeconómica en un contesto de pleno empleo. Se analiza el mercado de trabajo y su relación con la oferta agregada, se presenta luego el modelo IS-LM incluyendo este trabajo, y la relación ahorro inversión con pleno empleo. Finalmente, la quinta parte consta de tres capítulos dedicados al crecimiento económico de manera introductoria.

Todo el contenido de este texto se basa en mis notas de clases para los cursos de Introducción a la macroeconomía y de Elementos de Teoría y Política Macroeconómica que dicté tanto los seis últimos años tanto en la Universidad Católica como en el Instituto de Gobernabilidad de la Universidad San Martín de Porres. La versión que está en sus manos ha sido posible con la colaboración de varias personas. Los primeros borradores los preparé con la asistencia de Camila Alva, ex alumna de mis cursos de Macroeconomía y Crecimiento Económico. También me asistió en la preparación de un segundo borrador Ana Gamarra, ex alumna de mi curso de macroeconomía, y Andrea Casaverde estudiante de economía en nuestra Universidad. La versión final se debe al esfuerzo realizado por Andrea, quien, como asistente de investigación, tuvo la tediosa tarea de poner en blanco y negro las correcciones que hice a lo largo de todo el texto. Ella además ha revisado, con la ayuda de Carolina García, las soluciones de los ejercicios de todos los capítulos del libro. Por su responsabilidad, paciencia y empeño le agradezco infinitamente. También deseo agradecer sinceramente el apoyo de todas las personas que me asistieron en la elaboración de este texto. Julio Villavicencio y Augusto Rodríguez, leyeron todo el borrador de este texto y me proporcionaron comentarios y sugerencias importantes. Para los dos mi sincero reconocimiento.

Este es el segundo texto que he preparado en el año sabático que me concedió la Dirección de Gestión de la Investigación. El otro texto es el de Crecimiento económico. Ambos han sido terminados en este mes, que es justamente el último del año de investigación que se me concedió. Dos libros en un año son realmente una exageración por el esfuerzo y las dificultades que hay que enfrentar cuando se hace investigación teórica y empírica en nuestro país. Afortunadamente contamos con la ayuda de la Dirección de Gestión de la Investigación de la Universidad para remunerar a nuestros asistentes.

Debo reconocer y agradecer infinitamente a la Dirección de Gestión de la Investigación, en la persona de Carlos Chávez, por su comprensión y ayuda, y su convencimiento explícito acerca de la importancia de la investigación para crear conocimiento y para apoyar la docencia en nuestra Universidad.

FÉLIX JIMÉNEZ
Profesor Principal del Departamento de Economía de la
Pontificia Universidad Católica del Perú

Fundo Pando, Setiembre 2010.

Quinta Parte

MACROECONOMÍA DE LARGO PLAZO: INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO

Capítulo 15

Breve Historia y conceptos introductorios a la teoría del crecimiento

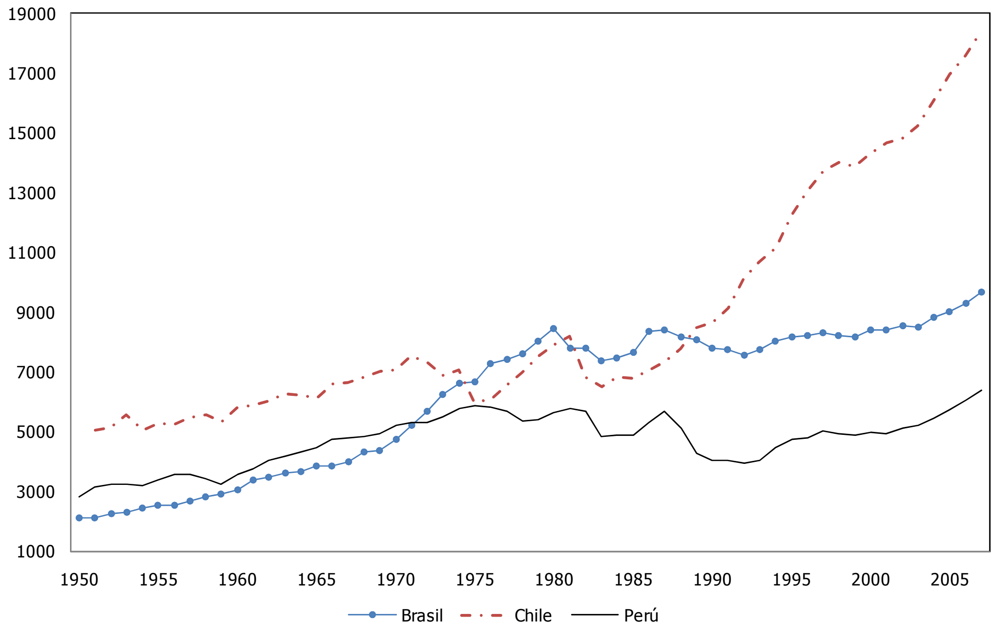
La teoría del crecimiento estudia los factores que determinan el comportamiento de largo plazo de la producción agregada y de la producción per cápita de una economía. El estudio de estos factores permite explicar por qué algunos países crecen más rápido que otros y qué políticas pueden afectar el crecimiento en el largo plazo. Pequeñas diferencias en la tasa de crecimiento que se mantienen por largos periodos, generan enormes diferencias en los niveles de ingreso o producto per cápita.

Entre 1870 y 1990 el PBI per cápita de Estados Unidos pasó de 2 244 dólares a 18 000 dólares de 1985. Se multiplicó por 8 con una tasa de crecimiento de 1.75% promedio anual. Si la tasa hubiera sido de 0.75%, el PBI per cápita de 1990 habría sido de 5,519 dólares. Hay, en la realidad, economías que crecen más rápido que otras. China en las dos últimas décadas ha crecido a una tasa mayor que el resto del mundo. El PBI de Perú creció a la tasa de 2.72%% entre 1980 y 2008; pero el PBI per cápita lo hizo a la tasa de 0.94% promedio anual. Se multiplicó solo por 1.3 en 28 años.

El gráfico que sigue nos muestra el crecimiento del Producto Bruto Interno per cápita[2] de algunos países de América Latina. Podemos observar cómo Chile ha repuntado en las dos últimas décadas.

[2] Nótese que se está utilizando en PBI per cápita en términos de la Paridad de Poder de Compra (PPP), dado que nos interesa comparar el poder adquisitivo del ingreso de los países. Además, se encuentra en términos reales para eliminar el efecto de las variaciones de precios en el tiempo.

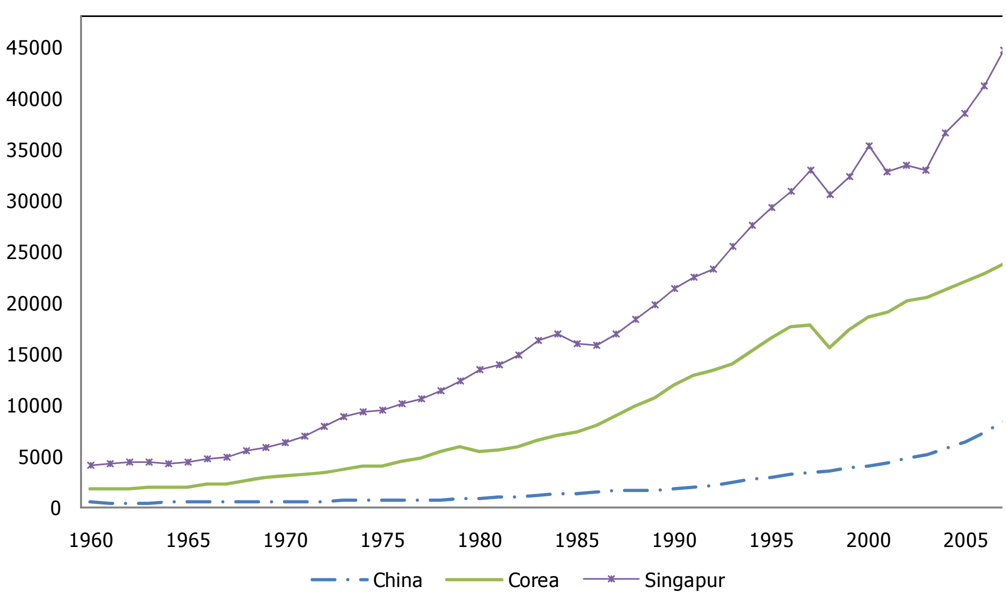
Producto per cápita en países de América Latina: 1950-2007
(PPP a dólares constantes del 2005)



Fuente: Penn World Tables/Elaboración propia.

Mostramos también en otro gráfico el comportamiento del PBI per cápita de algunos países asiáticos. A simple vista, se puede notar que dichos países han crecido más rápidamente que los latinoamericanos, con la excepción de China.

Producto per cápita en países de Asia: 1950-2007
(PPP a dólares constantes del 2005)



Fuente: Penn World Tables/Elaboración propia.

La evidencia empírica muestra que el PBI de los países tiene, en general, una tendencia creciente, pero ¿por qué crece el producto de los países? y ¿por qué difieren las tasas de crecimiento entre países? ¿Pueden los gobiernos intervenir para facilitar el crecimiento de un país?, ¿qué políticas contribuyen al crecimiento económico? ¿Cuáles son las condiciones para un crecimiento sostenido?

La teoría del crecimiento económico surge como un intento de responder a estas y otras preguntas relacionadas. De este modo, se puede decir que esta teoría estudia cuáles son los determinantes del crecimiento económico a largo plazo y; por ende, cuáles son sus mayores limitaciones. En base a este conocimiento, se puede analizar cuáles son las políticas que deben implementarse para estimular el crecimiento, o en el peor de los casos, saber cuáles deben evitarse. Esta parte del libro permitirá conocer los instrumentos necesarios para poder responder a esta clase de preguntas.

Este capítulo tiene dos partes. Se inicia con una breve historia de la teoría del crecimiento. Luego, se presentan algunos conceptos básicos tales como los tipos de función de producción, el capital, la fuerza laboral y la tecnología, la contabilidad del crecimiento y la relación de este con las políticas económicas.

15.1 BREVE HISTORIA DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO

Es posible identificar tres períodos históricos en el desarrollo de la teoría del crecimiento, en cada uno de los cuales se desarrollan enfoques que difieren entre sí por los temas tratados.

❖ Periodo de expansión del Capitalismo: desde el siglo XVIII hasta fines del siglo XIX

Este periodo se caracteriza por una sostenida expansión de la economía del capitalismo. Los teóricos de este periodo tratan, entonces, de explicar los límites o restricciones que podrían detener este crecimiento económico. Para Adam Smith la restricción al crecimiento económico se encontraba en la extensión del mercado. En 1776 escribió en *La riqueza de las naciones* que la extensión del mercado es la que determina la extensión y profundización de la división del trabajo, las que a su vez determinan el aumento de la productividad y el cambio técnico. Cuando aumenta la productividad, se reducen los costos unitarios de producción, y de esta manera, aumenta la competitividad y capacidad de penetrar otros mercados. Smith describe así un proceso de crecimiento y cambio técnico que exhibe rendimientos crecientes a escala.

Para David Ricardo, el autor de *On The Principles of Political Economy and Taxation,* publicado en 1817, el límite al crecimiento se encuentra en la existencia de una clase improductiva. Bajo el supuesto de rendimientos marginales de la tierra, Ricardo sostiene que el crecimiento conduce a la reducción de los beneficios y al aumento de la renta de los propietarios de la tierra. Cuando los beneficios se hacen cero, el crecimiento se detiene y la economía permanece en una situación de estado estacionario. Mientras en Smith el límite dado por la extensión del mercado nacional se supera con el comercio internacional, en Ricardo hay dos salidas: o se "elimina" la clase improductiva o se introducen cambios técnicos para incrementar la productividad del trabajo.

Los beneficios de los capitalistas también pueden disminuir, dada la renta de la tierra, con el aumento de los precios de los bienes salario.

Los rendimientos marginales decrecientes y sus consecuencias (aumento de rentas de los propietarios de la tierra y aumento de los salarios que reducen los beneficios) generan un límite al crecimiento que conduce al estado estacionario. La solución que se propone es el cambio técnico o la especialización mediante el comercio libre.

La revolución marginalista que se produjo a finales del siglo XIX cambió el énfasis hacia el intercambio, la asignación de recursos y la determinación de los precios. El tema del crecimiento quedó relegado a segundo plano. Fue retomado recién en las décadas de 1950 y 1960.

- **Periodo de crisis y recuperación del Capitalismo: desde la Larga Depresión de 1873, la Gran Depresión de 1929 y los años de post guerra hasta inicios de la década de 1970**

R. Harrod y E. Domar revitalizaron el interés por el crecimiento, con sus trabajos *Essay on Dynamic Theory* (1939) y *Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment* (1946), respectivamente. Ambos incorporan en sus modelos los problemas de desempleo y la inestabilidad de la economía capitalista. Para ellos no es posible el crecimiento con pleno empleo y con estabilidad.

La respuesta neoclásica no se hizo experar. En 1956 Solow publica *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, donde muestra, bajo el supuesto de rendimientos decrecientes de los factores, que el crecimiento con pleno empleo y estabilidad es posible.

D. Cass y T. C. Koopmans publican en 1965 *Optimum Growth in an Aggregate Model of Capital Accumulation* y *On the Concept of Optimal Growth*, respectivamente. Levantan el supuesto de tasa de ahorro constante del modelo de Solow y la endogenizan, haciéndola resultado de la optimización intertemporal del consumo. El antecedente metodológico teórico a los modelos de Kass y Koopmans fue *A Mathematical Theory of Saving* (1928) de Frank Ramsey. Este modelo neoclásico es conocido ahora como el modelo de Ramsey, Cass y Koopmans.

La gran diferencia entre los modelos Keynesianos de Harrod y Domar, y los modelos neoclásicos de Solow y Ramsey, se encuentra en el tipo de función de producción que utilizan. Los primeros trabajan con una función de producción de coeficientes fijos, mientras que los últimos utilizan precisamente una función de producción neoclásica, con rendimientos constantes a escala y rendimientos marginales decrecientes de los factores de producción capital y trabajo. Este supuesto de rendimientos marginales decrecientes tiene como consecuencia la ausencia de crecimiento del producto per cápita en el estado estacionario. Para que este crecimiento sea positivo se debe introducir exógenamente el progreso técnico.

❖ Periodo de crisis y recuperación del Capitalismo: post estanflación de mediados de la década de 1970 hasta la actualidad

Este periodo, a diferencia del anterior, presenta lapsos cortos de crecimiento sostenido y las crisis son más recurrentes (crisis de los años 1970, crisis de la deuda externa en los años de 1980, crisis asiática y rusa de 1997 y 1998 y la reciente crisis de 2008-2009). Vuelve la preocupación teórica sobre el tema del desempleo y del crecimiento, junto con el tema de la productividad y el cambio técnico.

Los modelos neoclásicos se mostraron totalmente insatisfactorios para explicar el crecimiento del producto per cápita. El supuesto de un cambio tecnológico exógeno no es un avance en la teoría. Mostrar la posibilidad de un crecimiento estable con pleno empleo no era suficiente para explicar el comportamiento de largo plazo de la producción per cápita de los países.

Los trabajos de Romer (1986), basado en su tesis doctoral (1983), y el de Lucas (1988), devolvieron el tema del crecimiento al campo de la investigación teórica. A diferencia, entonces, de los modelos de crecimiento neoclásicos, la teoría del crecimiento endógeno no requiere de una variable que crece en forma exógena para explicar la existencia de una tasa de crecimiento positiva. Surge así la teoría del crecimiento endógeno, cuya preocupación central es explicar el crecimiento de la productividad.

Los modelos que se desarrollan en este período eliminan los rendimientos decrecientes e incorporan los rendimientos crecientes. Asimismo hay modelos que parten de un contexto de competencia imperfecta y hay otros que privilegian el papel de la Demanda para explicar el crecimiento a largo plazo.

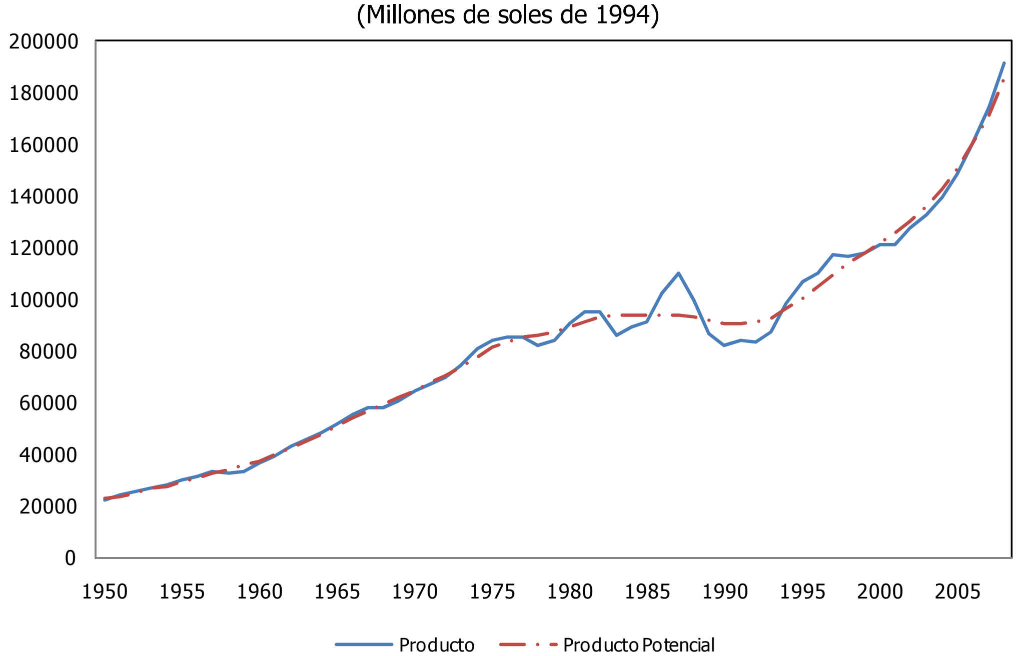
15.2 CRECIMIENTO, FLUCTUACIONES Y OTROS CONCEPTOS

❖ Fluctuaciones

Hay que distinguir el crecimiento económico de las fluctuaciones económicas. El PBI puede separase en dos partes: la tendencia o producto potencial y las fluctuaciones alrededor de la tendencia o producto potencial. El producto potencial es el "monto promedio" de bienes y servicios producidos en la economía. El producto puede exceder al producto potencial durante cortos períodos; también puede ser menor durante otros cortos períodos.

La teoría del crecimiento trata del comportamiento del producto potencial o del producto de largo plazo. Cuando hablamos de crecimiento económico, estamos hablando del incremento del producto potencial.

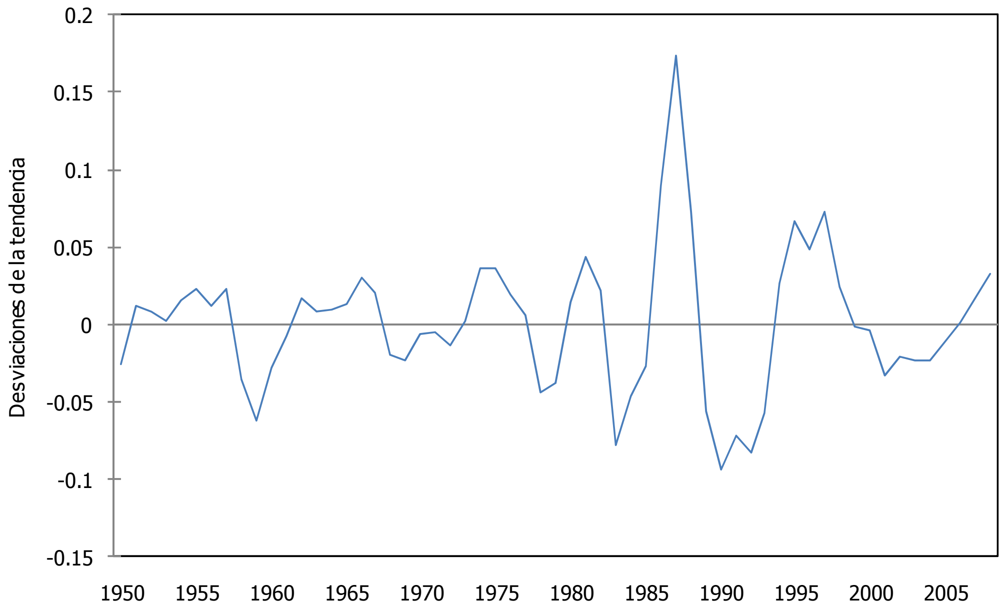
Perú: PBI y PBI Potencial 1950-2008
(Millones de soles de 1994)



Fuente: BCRP/Elaboración propia.

El gráfico que sigue muestra el comportamiento del PBI (línea continua) y del PBI potencial (línea discontinua). La diferencia entre ambos representa a las fluctuaciones o al ciclo económico.

Perú: ciclo económico 1950-2008
(Millones de soles de 1994)



Fuente: BCRP/Elaboración propia.

❖ Función de producción

La función de producción se define como la máxima cantidad de un bien que puede producir una economía con una combinación de factores, dada la tecnología. Puede ser escrita, en general, como:

$$Y = Y(K, L, A)$$

Indica que el producto depende (o es función de) el capital (K), el trabajo (L) y la tecnología (A). La función de producción nos dice que una economía sólo podrá crecer si aumenta el número de máquinas, trabajadores, o mejora la manera en que se combinan dichos factores para producir, es decir, si mejora la tecnología.

A continuación se mencionan algunas características de las funciones de producción:

<u>Rendimientos a escala:</u> Hacen referencia a cómo varía la cantidad de producción cuando aumentan todos los factores de producción (capital y trabajo) en una misma proporción.

Los rendimientos a escala reflejan, para toda función homogénea, los aumentos de la producción ante aumentos proporcionales de todos los factores. Una función es homogénea de grado n si:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^n F(K, L)$$

Existen tres tipos de rendimientos a escala:

- La producción de un bien está sujeta a <u>rendimientos decrecientes a escala</u> si la cantidad producida del bien aumenta en una menor proporción al aumentar la cantidad de factores en una determinada proporción.

- La producción de un bien está sujeta a <u>rendimientos constantes a escala</u> si la cantidad producida del bien aumenta en la misma proporción al aumentar la cantidad de factores en una determinada proporción.

- La producción de un bien está sujeta a <u>rendimientos crecientes a escala</u> si la cantidad producida del bien aumenta en una mayor proporción al aumentar la cantidad de factores en una determinada proporción.

Algebraicamente tenemos lo siguiente:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^n (F(K, L)) = \lambda^n Y$$

Donde $\lambda > 0$ y F es homogénea de grado n.

- Si n < 1, existen rendimientos decrecientes a escala.

- Si n = 1, existen rendimientos constantes a escala.

- Si n > 1, existen rendimientos crecientes a escala.

Una función de producción Cobb Douglas:

$$F(K, L) = AK^{\alpha} L^{\beta}$$

Presenta rendimientos a escala iguales a $\alpha + \beta$, veamos por qué:

$$F(\lambda K, \lambda L) = A(\lambda K)^{\alpha} (\lambda L)^{\beta} = \lambda^{\beta+\alpha} (AK^{\alpha} L^{\beta}) = \lambda^{\beta+\alpha} F(K, L)$$

En este caso, los rendimientos a escala sí dependerán del valor de los parámetros:

- Si $\alpha + \beta < 1$, la función tendrá rendimientos decrecientes a escala.

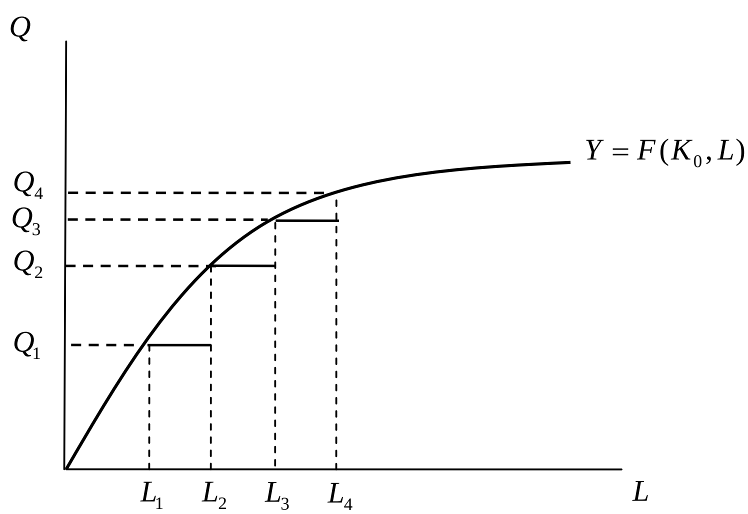
- Si $\alpha + \beta = 1$, la función tendrá rendimientos a escala constantes.

- Si $\alpha + \beta > 1$, la función tendrá rendimientos crecientes a escala.

<u>Rendimiento Marginal:</u> Este hace referencia a la cantidad de producto adicional que puede obtenerse al aumentar en una unidad uno de los factores de producción, manteniendo el otro constante. Así, el producto marginal del capital es la cantidad adicional de producto que puede obtenerse con una unidad adicional de capital (sin variar el trabajo); y el producto marginal del trabajo es la cantidad adicional de producto que puede obtenerse con una unidad adicional de trabajo (sin variar el capital).

Usualmente se asume que los productos marginales son decrecientes, es decir, a medida que aumenta el trabajo (o el capital) sin aumentar el capital (o el trabajo), la producción aumenta cada vez en una menor proporción.

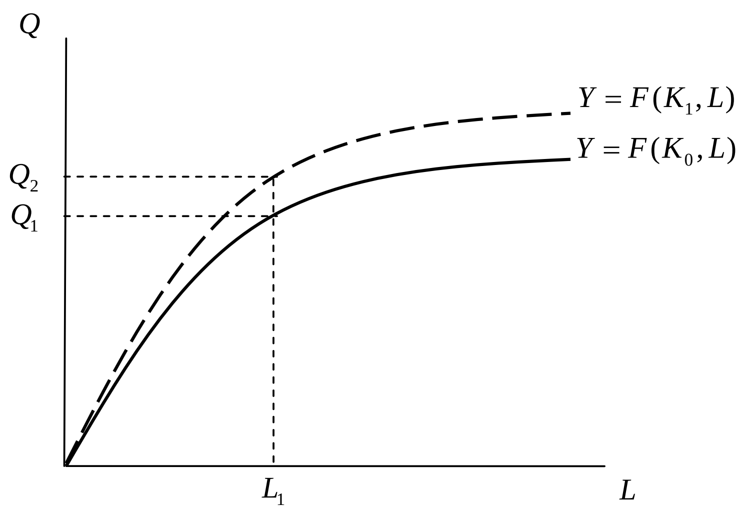
La función de producción y el rendimiento marginal decreciente del trabajo



La función de producción del gráfico anterior muestra rendimientos marginales decrecientes para el caso del trabajo. A medida que se adiciona una unidad de trabajo (eje horizontal) el producto aumenta (eje vertical) en cantidades cada vez menores.

Por otro lado, aumentos en el stock de capital (K) o mejoras tecnológicas (A) permitirán que el mismo número de trabajadores puedan producir una mayor cantidad de bienes y servicios. La función de producción se desplaza hacia arriba, aumentando la producción para un mismo nivel de empleo.

La función de producción y un incremento del stock de capital



Elasticidad de sustitución entre factores: Este concepto nos indica el grado de sustitución entre los factores capital y trabajo, cuando varían sus respectivas productividades marginales.

Matemáticamente se expresa como la división de la tasa de variación de la relación capital-trabajo (K/L) entre la tasa de variación de las productividades marginales del capital y el trabajo (o de la relación de los precios del capital y el trabajo).

$$\sigma_{K,L} = -\frac{\dfrac{d\left[\dfrac{K}{L}\right]}{\dfrac{K}{L}}}{\dfrac{d\left[\dfrac{PMgK}{PMgL}\right]}{\dfrac{PMgK}{PMgL}}}$$

Si suponemos que los precios de los factores son iguales a sus productividades marginales, entonces:

$$\sigma_{K,L} = -\frac{\dfrac{d\left[\dfrac{K}{L}\right]}{\dfrac{K}{L}}}{\dfrac{d\left[\dfrac{P_K}{P_L}\right]}{\dfrac{P_K}{P_L}}} \qquad \text{O} \qquad \sigma_{K,L} = -\frac{\dfrac{d\left[\dfrac{K}{L}\right]}{\dfrac{K}{L}}}{\dfrac{d\left[\dfrac{r}{w}\right]}{\dfrac{r}{w}}}$$

Donde:

r tasa de ganancia real

w tasa de salario real

El signo negativo nos asegura que la elasticidad de sustitución sea mayor o igual que cero.

Dada la función de producción, las productividades marginales son:

$$PMgK = \frac{\partial Y}{\partial K} = F_K \quad ; \quad PMgL = \frac{\partial Y}{\partial L} = F_L$$

Cuando la relación de precios P_K / P_L aumenta, normalmente se espera que varíe la relación K/L en sentido contrario: puesto que el factor L, ahora relativamente más barato, sustituirá al factor K, ahora relativamente más caro.

Cuando esta elasticidad es infinita, los factores son sustitutos perfectos. Cuando la elasticidad es igual a cero no hay sustitución de factores. La elasticidad unitaria indica que la relación capital-trabajo varía en la misma proporción que la relación de los productos marginales o de sus precios.

Cuanto mayor es $\sigma_{K,L}$, mayor es la sustitución entre los factores. En el caso de un valor igual a cero, no hay sustitución porque los factores se utilizan en una proporción fija, como complemento el uno del otro. Cuando la elasticidad sustitución es infinita, se dice que los factores son sustitutos perfectos.

<u>Isocuantas:</u> Las relaciones entre los niveles de producción y las cantidades respectivas de los factores de capital y trabajo pueden representarse mediante un mapa de isocuantas. La isocuanta refleja las distintas combinaciones de capital y trabajo que dan lugar a un mismo nivel de producto. La forma del mapa de isocuantas varía según

el tipo de función de producción que se utilice. A continuación presentaremos los tipos de funciones de producción y las respectivas isocuantas.

Función de producción lineal: Es la función de producción más simple, y tiene la siguiente forma:

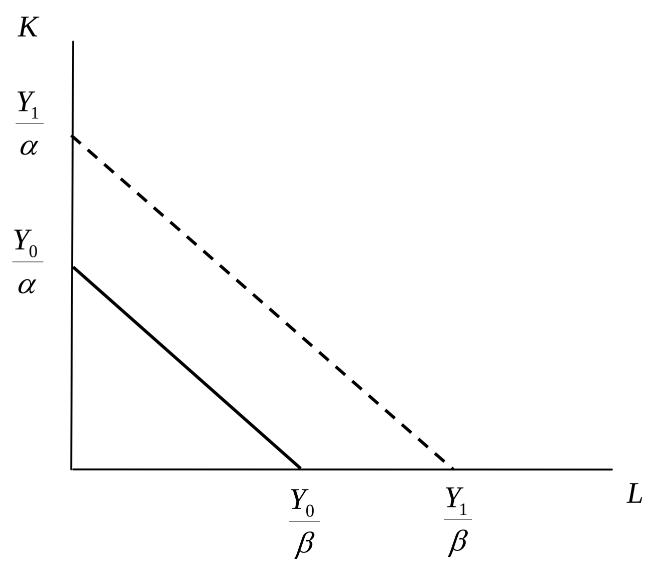
$$Y = \alpha K + \beta L$$

En este caso, la ecuación de la isocuanta para un nivel dado de producción es:

$$\alpha K = \overline{Y} - \beta L$$
$$K = \frac{1}{\alpha}\overline{Y} - \frac{\beta}{\alpha}L$$

Gráficamente, se representa:

Isocuantas de una función de producción lineal



El gráfico muestra sustitución perfecta entre el factor capital y trabajo: es posible intercambiar capital por trabajo siempre en la misma proporción y, por lo tanto, las isocuantas son rectas. Las productividades marginales de los factores son:

$$PMgK = \alpha$$

$$PMgL = \beta$$

Por lo tanto, la relación de las productividades marginales es una constante:

$$\frac{PMgK}{PMgL} = \frac{\alpha}{\beta}$$

Como la derivada de la relación de precios es cero, la elasticidad de sustitución es infinita.

Función de producción Cobb-Douglas: La función de producción más conocida y utilizada por su simplicidad es la función de producción Cobb-Douglas, cuya expresión matemática es la siguiente:

$$\mathrm{Y} = \mathrm{AK}^{\alpha}\mathrm{L}^{\beta}$$

Donde A representa los factores que afectan a la producción, distintos a L y K, tales como la tecnología y los niveles de eficiencia. α y β son los parámetros de proporciones de los ingresos de los factores.

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha K^{\alpha-1} L^{\beta} = \alpha \frac{K^{\alpha} L^{\beta}}{K}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha \frac{Y}{K}$$

$$\alpha = \left(\partial Y / \partial K \right) \frac{K}{Y}$$

De forma similar, para el factor trabajo, obtenemos:

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \beta K^{\alpha} L^{\beta-1} = \beta \frac{K^{\alpha} L^{\beta}}{L}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \beta \frac{Y}{L}$$

$$\beta = \left(\partial Y / \partial L \right) \frac{L}{Y}$$

En este caso, la ecuación de la isocuanta para un nivel dado de producción es la siguiente:

$$\overline{Y} = AK^{\alpha} L^{\beta}$$

$$K = \sqrt[\frac{1}{\alpha}]{\frac{\overline{Y}}{AL^{\beta}}}$$

$$K = \left(\frac{\overline{Y}}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha}} L^{-\frac{\beta}{\alpha}}$$

Las isocuantas que resultan de la función de producción Cobb-Douglas son hipérbolas que se abren hacia los ejes. En este caso, a diferencia de la función de producción lineal, el capital y el trabajo no son sustitutos perfectos. No es posible intercambiar capital por trabajo en la misma proporción: a medida que se utiliza menos de uno de los factores, la utilización del otro factor debe aumentar en cantidades cada vez mayores para mantener el mismo nivel de producción.

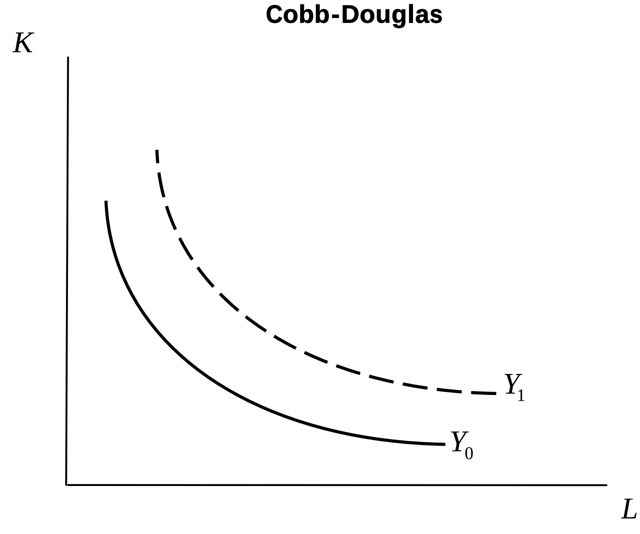
La elasticidad de sustitución es igual a:

$$\sigma_{K,L} = -\frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ln\left(\frac{PMgK}{PMgL}\right)} = \frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ln\left(\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{L}{K}\right)}$$

$$\sigma_{K,L} = -\frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ln\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) - d\ln\left(\frac{K}{L}\right)} = \frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{-d\ln\left(\frac{L}{K}\right)}$$

$$\sigma_{K,L} = 1$$

Isocuantas de una función de producción Cobb-Douglas



Función de producción de Leontief: La función de producción de coeficientes fijos conocida también como Leontief presenta la siguiente forma:

$$\mathrm{Y} = \min\left[\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{v}}, \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{u}}\right]$$

En este caso, v y u son los coeficientes capital-producto y trabajo-producto, respectivamente. Esta función nos dice que si K o L son superiores a los necesarios para producir, el respectivo exceso permanecerá ocioso. Los factores de producción son complementarios, ya que la sustitución de capital por trabajo (o viceversa) necesariamente disminuye el nivel de producción.

La ecuación de la isocuanta para un nivel dado de producción se obtiene de la siguiente manera. Supongamos que K/v es el mínimo en la función de producción. Esto quiere decir que para producir una unidad del bien son necesarios 1/v unidades de capital:

$$Y = \frac{K}{v}$$

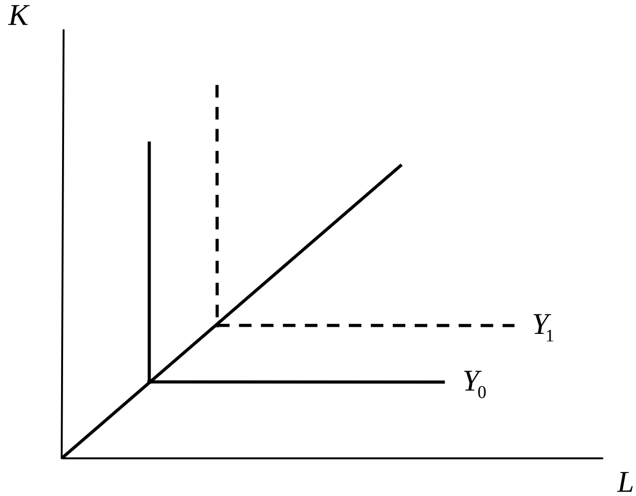
Así, la cantidad de mano de obra requerida viene determinada por :

$$L = uY = u\left(\frac{K}{v}\right)$$

$$K = \left(\frac{v}{u}\right)L$$

Las isocuantas que resultan de la función de producción de coeficientes fijos reflejan el hecho de que las cantidades requeridas de trabajo y capital, y la combinación de ambas para producir una unidad del bien, están fijas. Las existencias en exceso de cualquiera de los dos factores no son utilizadas.

Isocuantas de una función de producción de coeficientes fijos



Como la relación capital-trabajo es una constante igual a v/u, la elasticidad de sustitución de esta función de producción es igual a cero.

LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN CES

Las tres funciones de producción pueden resumirse en una función CES (función de elasticidad de sustitución constante), cuya forma general es:

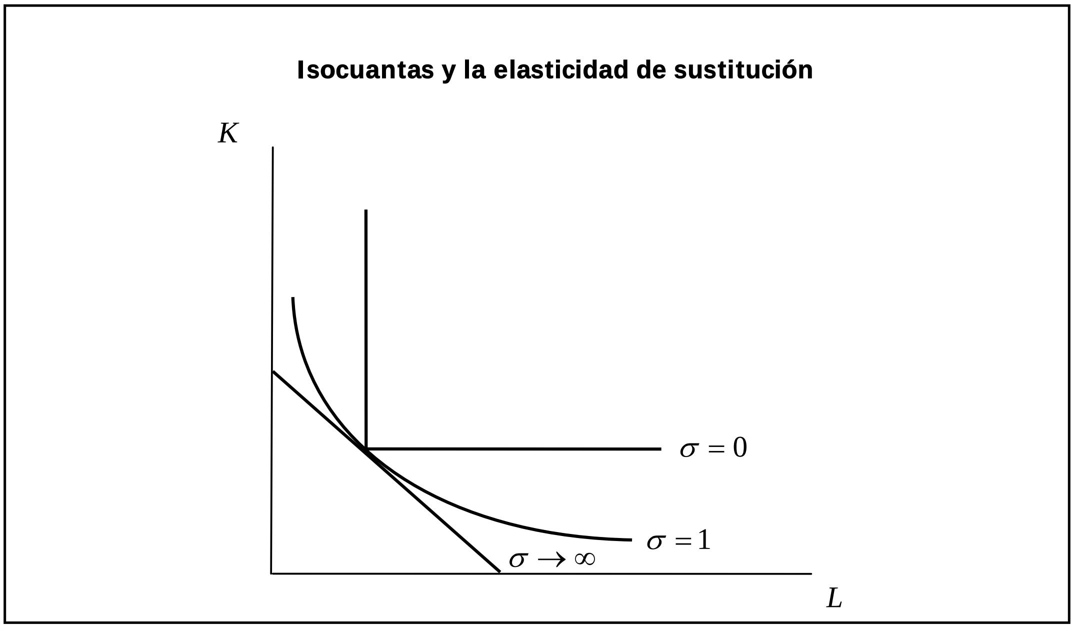
$$Y = A\left(aK^{-\beta} + bL^{-\beta}\right)^{-1/\beta}$$

Con $\beta = \dfrac{1-\sigma}{\sigma}$

Donde a y b son los parámetros de proporciones factoriales y σ es la elasticidad de sustitución. Si $\sigma = 0$, nuestra función será la de coeficientes (o factores) fijos; si $\sigma = 1$, nuestra función será una Cobb-Douglas y, por último, si $\sigma = \infty$, tendremos una función de producción lineal.

►

▶



Función de producción neoclásica: Esta función es de uso generalizado en la economía. Para que sea una función de producción neoclásica debe de cumplir tres condiciones:

1. Presentar rendimientos constantes a escala o ser una función homogénea de grado uno.

   $Y = F(K, L)$ debe cumplir $\lambda Y = F(\lambda K, \lambda L)$

2. Presentar productos marginales positivos y rendimientos marginales decrecientes para cada uno de los factores. Matemáticamente:

   $$\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0 \qquad \frac{\partial F}{\partial L} > 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$$

3. Cumplir con las condiciones de INADA: el producto marginal del capital (o del trabajo) tiende a infinito cuando el capital (o el trabajo) tiende a cero, y tiende a cero cuando el capital (o el trabajo) tiende a infinito.

   $$\lim_{K \to \infty} F_K(K, L) = 0 \qquad \lim_{K \to 0} F_K(K, L) = \infty$$
   $$\lim_{L \to \infty} F_L(K, L) = 0 \qquad \lim_{L \to 0} F_L(K, L) = \infty$$

4. Si los factores reciben como remuneración su respectivo producto marginal, el producto se agota:

$$Y = \frac{\partial Y}{\partial K} K + \frac{\partial Y}{\partial L} L \qquad ; \qquad Y = rK + wL$$

Esta proposición teórica, conocida como el Teorema de Euler, es posible solo si la función de producción presenta rendimientos constantes a escala.

❖ Tasas de crecimiento constantes

En macroeconomía es de gran interés calcular la variación del producto, de la inflación, del empleo, etc. Una primera aproximación al desempeño de dichas variables es calcular su tasa de variación porcentual. Basta dividir el cambio que experimentó la variable en el periodo analizado entre el nivel inicial de la misma.

La tasa de crecimiento constante en tiempo discreto de X se obtiene de:

$$X_t = X_0 (1 + g)^t$$

$$\ln(1 + g) = \frac{\ln X_t - \ln X_0}{t} \quad \Rightarrow \quad g = \frac{\ln X_t - \ln X_0}{t}$$

O, de forma similar:

$$g = \left(\sqrt[t]{\frac{X_t}{X_0}} \right) - 1$$

Esta tasa constante es una tasa promedio por periodo (anual, trimestral, etc.)

Se puede calcular también dicha tasa de variación porcentual cuando el periodo de tiempo es muy pequeño, o en términos matemáticos, infinitesimal. Suponiendo que $f(t)$ representa el comportamiento en el tiempo de alguna variable (el producto, por ejemplo) en el instante t, la expresión $\partial f(t)/\partial t$ indica la derivada de $f(t)$ con respecto al tiempo. Así la tasa de variación porcentual, para analizar periodos en tiempo contínuo puede ser expresada como:

$$\frac{f'(t)}{f(t)} = \frac{\partial f(t)/\partial t}{f(t)} = \frac{\dot{f}(t)}{f(t)}$$

Por lo tanto, una tasa de crecimiento constante se definirá de la siguiente manera:

$$\frac{\dot{f}(t)}{f(t)} = g$$

Este es el caso de una función de tipo $Y = e^{at}$. Tenemos que:

$$Y = f(t)$$

Tomamos logaritmos a la variable, obteniendo:

$$\ln Y = gt$$

Por último, derivando tenemos la siguiente expresión:

$$\frac{\partial \ln(Y)}{\partial t} = \frac{\partial(\ln f(t))}{\partial t} = \frac{1}{f(t)}\frac{\partial(gt)}{\partial t}$$

Con lo cual obtenemos:

$$\frac{1}{Y}\frac{\partial(gt)}{\partial t} \Rightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = g$$

15.3 CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO Y LOS FACTORES DE PRODUCCIÓN

En general, el producto de la economía está determinado por dos importantes factores de producción, trabajo y capital, que se combinan mediante un proceso que involucra la tecnología.

Formalmente, el proceso de producción descrito se representa por: Y = F (K, L, A). Esta función de producción describe cómo el capital (K), el trabajo (L) y la tecnología (T) se transforman en producto o dan lugar a una cantidad de producto (Y). Lo que quiere decir, en otras palabras, que Y es producido utilizando estos dos factores, capital y trabajo, mediante una tecnología dada.

Entonces el crecimiento del producto proviene del crecimiento de K, de L o de A. En general, una economía produce mayores cantidades de Y si tiene más trabajadores, más máquinas, o mejores "maneras" de combinar ambos factores en el proceso productivo.

La contabilidad de las fuentes de crecimiento se puede representar a partir de una función de producción explicita tipo Cobb-Douglas:

$$Y = AK^{\alpha} L^{1-\alpha} \qquad (1)$$

El término A representa el progreso técnico que determina el producto independientemente de los factores K y L. Los aumentos sucesivos de A representan incrementos en el nivel de producción con las mismas dotaciones de factores productivos. Sabemos también que aumentos en el stock de capital y en el trabajo conllevan a aumentos en la producción. Es posible entonces expresar el crecimiento del producto en función al crecimiento de los factores de producción y de la tecnología.

Tomando logaritmos a (1) y derivando con respecto al tiempo, se obtiene:

$$\frac{\partial \ln Y}{\partial t} = \frac{1}{A}\frac{\partial \ln A}{\partial t} + \alpha \frac{1}{K}\frac{\partial \ln K}{\partial t} + (1-\alpha)\frac{1}{L}\frac{\partial \ln L}{\partial t}$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha \frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L} + \frac{\dot{A}}{A}$$

Esta ecuación nos dice que la tasa del crecimiento de la producción depende de la tasa de crecimiento de los factores capital (K) y trabajo (L), y de la tecnología (A). Las tasas de crecimiento de los factores están ponderadas por α y $1-\alpha$ respectivamente.

La tasa a la que crece el progreso técnico (A) también es conocida como la tasa de crecimiento de la productividad total del los factores (PTF). En la función de producción utilizada aquí, el progreso técnico no depende directamente de las decisiones de los agentes económicos, sino de factores que no se observan directamente y que evolucionan con el transcurso del tiempo, por esta razón, se dice que el progreso técnico es exógeno.

MÉTODO PARA CALCULAR LA TASA DE CRECIMIENTO DEL PRODUCTO

Supongamos que existe una economía cuya población laboral, capital y productividad crecen al año 1.5%, 0.6% y 0.75%, respectivamente. Además, sabemos que la participación de los ingresos de capital en el producto es de 0.2 y que la función de producción es neoclásica. ¿Cuál será la tasa de crecimiento del producto?

Para poder hallar la tasa de crecimiento del producto lo único que nos faltaría es conocer la participación de los ingresos del trabajo, pero dado que la función de producción es neoclásica, sabemos que dicha participación será 0.8 ya que la función debe presentar rendimientos constantes a escala. Con estos datos:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = (0.2 \cdot 0.6\%) + (0.8 \cdot 1.5\%) + (0.75\%) = 2.07\%$$

Con lo cual, la tasa de crecimiento del producto es 2.07%

❖ Tasa de crecimiento del producto per cápita

La importancia del crecimiento económico, entendido como un aumento sostenido del producto potencial, radica en la influencia que este tiene en el bienestar de la población. Un crecimiento del PBI de largo plazo da lugar a una mejora en la calidad de vida de las personas. Efectivamente, puede que el crecimiento no mida la forma en que el ingreso es distribuido, pero aún así, no deja de ser una pieza clave para el incremento del bienestar, ya que un país con altas tasas de crecimiento puede solucionar el problema de la pobreza más rápidamente que otro cuyas tasas de crecimiento sean menores.

Dividiendo el PBI entre la fuerza laboral obtenemos el PBI per cápita.

Regresando a la función de producción, tenemos lo siguiente:

$$\frac{\mathrm{F(K,L)}}{\mathrm{L}} = \frac{\mathrm{AK}^{\alpha}\mathrm{L}^{1-\alpha}}{\mathrm{L}}$$

Operando:

$$\frac{F(K,L)}{L} = \frac{AK^{\alpha}}{L^{\alpha}} = A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}$$

Obtenemos una función de producción de la siguiente forma:

$$f(k) = Ak^{\alpha}$$

Donde:

$$k = \frac{K}{L}$$

$$f(k) = \frac{F(K, L)}{L}$$

Por lo tanto, la descomposición del crecimiento del producto en las tasas de crecimiento ponderadas de los factores que contribuyen en el proceso productivo se expresaría en términos per cápita de la siguiente forma:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \alpha \frac{\dot{k}}{k} + \frac{\dot{A}}{A}$$

Donde *k* es la cantidad de capital por trabajador, es decir, la relación capital-trabajo, muy importante respecto a la cantidad de producción que puede realizar cada trabajador.

En general, la tasa de crecimiento del PBI per cápita se obtiene mediante el siguiente procedimiento:

Si el producto per cápita se representa por $y = \frac{Y}{L}$

La tasa de crecimiento del producto per cápita será igual a:

$$\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = \frac{\left(\frac{Y}{L}\right)_t - \left(\frac{Y}{L}\right)_{t-1}}{\left(\frac{Y}{L}\right)_{t-1}}$$

Efectuando algunas operaciones algebraicas:

$$\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = \frac{\frac{Y_t L_{t-1} - Y_{t-1} L_t}{L_{t-1} L_t}}{\frac{Y_{t-1}}{L_{t-1}}} = \frac{L_{t-1}}{Y_{t-1}} \frac{\left[Y_t L_{t-1} - Y_{t-1} L_t\right]}{L_{t-1} L_t}$$

Se obtiene:

$$\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = \frac{Y_t L_{t-1}}{Y_{t-1} L_t} - 1$$

Si definimos *g* como la tasa de crecimiento del producto en el periodo t, y a n como la tasa de crecimiento de la fuerza laboral, podemos reescribir lo hallado de la siguiente forma:

$$\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = \frac{1+g}{1+n} - 1 = \frac{g-n}{1+n}$$

Esta es la tasa de crecimiento del PBI per cápita en tiempo discreto.

En tiempo continuo, partiendo del diferencial total del PBI per cápita, se obtiene:

$$y = \frac{Y}{L}$$

$$dy = \frac{1}{L}\frac{dY}{Y} - YL^{-2}dL$$

$$dy = \frac{Y}{L}\frac{dY}{Y} - \frac{Y}{L}\frac{dL}{L}$$

$$dy = y\left[\frac{dY}{Y} - \frac{dL}{L}\right]$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{dY}{Y} - \frac{dL}{L}$$

Dado que $\frac{dY}{Y} = g$ y $\frac{dL}{L} = n$, la tasa de crecimiento del PBI per cápita en tiempo continuo es:

$$\frac{dy}{y} = g - n$$

❖ Fuerza Laboral y Crecimiento Económico

La fuerza de trabajo está constituida por el número de personas en edad de trabajar que están trabajando o están buscando trabajo (PEA). Los que están buscando trabajo y no lo encuentran, son los desempleados.

La tasa de desempleo es la fracción de la PEA desempleada. En el Perú, en el año 2005 la PEA era de 13 815 894 personas. La PEA ocupada ascendía a 13 119 725 personas, y la desempleada a 696 259. Por lo tanto, la tasa de desempleo fue de 5%:

$$\frac{desempleados}{fuerza\ laboral\ total} = \frac{696\,259}{13815894} = 0.05$$

Es decir, de 5%.

En correspondencia con el producto potencial hay una tasa de desempleo denominada natural. Incorpora a los desempleados voluntarios, es decir, a desempleados que no están buscando trabajo. La diferencia entre la tasa de desempleo y la tasa natural se conoce con el nombre de tasa de desempleo cíclica. Estos conceptos han sido desarrollados en la primera parte de este libro.

Hay una relación negativa entre el nivel del producto y la tasa de desempleo. Cuando el producto se sitúa por encima de su nivel potencial, la tasa de desempleo se ubica por debajo de la tasa natural, y viceversa.

Cuantas más personas trabajan, más bienes y servicios son producidos. La relación es directa: para aumentar el crecimiento económico hay que aumentar el tamaño de la fuerza laboral y/o reducir la tasa de desempleo. Pero hay restricciones:

- La sociedad limita el tamaño de la fuerza laboral. Se impide, por ejemplo, el trabajo de los niños por razones morales o porque es mejor dejarlos que desarrollen sus habilidades y adquieran conocimientos para convertirse en trabajadores calificados en el futuro. Por otro lado, también la sociedad o el Estado pone un límite superior al implementar un sistema de Seguridad Social para permitir que los adultos mayores disfruten de su retiro sin verse obligados a buscar trabajo.

- La tasa natural de desempleo no puede ser cero. En la economía siempre hay desempleados aun cuando está en su producto potencial.

Los determinantes de la tasa de desempleo natural son el desempleo friccional y el desempleo estructural.

❖ Capital y Crecimiento Económico

El capital está constituido por equipamiento, estructuras, maquinaria, e inventarios que incrementan y mejoran la capacidad productiva de la economía. El stock de capital no es otra cosa entonces que la cantidad de activos productivos que se utiliza para producir bienes y servicios.

Inversión: La inversión está estrechamente relacionada al stock de capital. Es el monto de nuevo capital que se adiciona al stock de capital existente en cada período. Es una variable de flujo. Según la contabilidad nacional, está compuesta de:

- Inversión Bruta Fija: Inversión en maquinaria, equipo y construcción.
- Variación de Inventarios: Bienes en proceso, o que han sido producidos y no se han vendido.

Inversión Fija Bruta y Neta: No toda inversión nueva es una adición al stock existente de capital. Una parte se destina a reponer el capital gastado en el proceso de producción. El monto de capital gastado se denomina Depreciación. Por lo tanto:

Inversión Bruta-Depreciación=Inversión Neta

La inversión neta es la que aumenta el monto total de stock de capital de la economía.

Inversión y Ahorro: contablemente, la inversión siempre es igual al ahorro total de la economía. A partir de la identidad del Gasto Agregado:

$$Y = C + I + G + X - M$$

$$(Y + TR + F - T - C) + (T - G - TR) = X - M + F - TR$$

Donde T es la tributación total, TR las transferencias del Gobierno a las familias y F es la renta neta de factores.

Como $S_p = Y + F - TR - T - C$ y $S_g = T - G - TR$

$$S_p + S_g = I + X - M + F$$

El ahorro doméstico (ahorro privado más el ahorro del Gobierno) es igual a la inversión más las exportaciones netas de importaciones más la renta neta de factores. El ahorro externo (S_e) es igual a (M-F-X). Por lo tanto:

$$S_p + S_g + S_e = I \quad ; \quad S = I$$

❖ Tecnología y Crecimiento Económico

La tecnología se define como los "conocimientos" que permiten transformar insumos en productos. Teniendo "mayores conocimientos" se puede producir más con un monto dado de factores de producción. La tecnología es resultado de investigaciones para encontrar nuevas y mejores formas de "hacer las cosas".

El progreso o cambio técnico hace posible obtener una mayor producción, con las mismas disponibilidades de trabajo (L) y/o capital (K). El cambio técnico puede ser general cuando rige por igual para todos los factores que estén siendo utilizados. También puede haber un cambio técnico particular que rige para solo uno de los factores.

El progreso técnico avanza a un ritmo proporcional (ρ). Si el progreso está representado por α, entonces:

$$\alpha_t = \alpha_0 e^{\rho t}$$

De aquí se deduce que:

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = \rho$$

EL CAMBIO TÉCNICO

El cambio técnico puede ser de tres tipos:

a) Cambios técnico "aumentador" de capital. Aumenta la producción por unidad de capital (por ejemplo, mediante la organización de turnos).
b) Cambios técnico "aumentador" de trabajo. Aumenta la cantidad producida por unidad de trabajo (especialización de la mano de obra).
c) Productividad total de los factores. Técnicas que hacen más productivos a ambos factores, trabajo y capital.

El primero es el progreso técnico neutral de Solow. La neutralidad se refiere a un desplazamiento de la función de producción que no altera la proporción de capital y trabajo empleados. En otras palabras, no inclina la balanza a favor del trabajo ni del capital.

►

El progreso técnico de Solow sí afecta la relación producto-capital Y/K. Puede representarse como:

$$Y = F(\alpha K, L)$$

El segundo es el progreso técnico neutral de Harrod. Este tipo de progreso técnico hace posible que la relación producto-capital se mantenga constante a lo largo del tiempo. Puede representarse como:

$$Y = F(K, \alpha L)$$

El tercero es el progreso técnico neutral de Hicks. No es compatible con la constancia de la relación producto capital Y/K. Puede representarse como:

$$Y = \alpha F(K, L) = F(\alpha K, \alpha L)$$

15.4 CRECIMIENTO Y POLÍTICA ECONÓMICA

Las políticas económicas y las condiciones iniciales pueden acelerar o retardar el crecimiento económico de largo plazo a través de su influencia en a) el desarrollo tecnológico y b) en la intensidad de capital.

En lo que respecta a la tecnología, las políticas orientadas a mejorar la calificación de los trabajadores contribuyen a mejorar su eficiencia, es decir, su capacidad para utilizar las tecnologías modernas. Hoy en día, es el conocimiento lo que genera mayor valor agregado. Para esto, se necesita gente debidamente capacitada y calificada lo cual se logra fomentando la inversión en capital humano, es decir, fomentando el gasto en educación, en salud, así como en investigación. Hay trabajos que comprueban que la contribución relativa del capital humano es grande en los países industrializados, que además son los que más invierten en este tipo de capital.

En lo que respecta a la intensidad de capital, es decir, a la cantidad de stock de capital (equipo, edificios, autopistas, puertos, y maquinas) que tiene a su disposición un trabajador medio, una economía intensiva en capital será más productiva y generará mejores condiciones de bienestar para la población. La intensidad de capital viene determinada por:

a. Proporción de la producción total que se ahorra y se invierte para aumentar el stock de capital (se le denomina también esfuerzo de inversión o coeficiente de inversión). Las políticas económicas que aumentan este esfuerzo, aceleran la tasa de crecimiento económico a largo plazo.

b. Nueva inversión necesaria para dotar de capital a los nuevos trabajadores o para reponer el stock de capital gastado u obsoleto.

Las políticas económicas que afectan el gasto en educación e investigación, así como a los coeficientes de ahorro e inversión, y aquellas que estimulan la inversión para por lo menos mantener la intensidad de capital, son las que específicamente afectan la tasa de crecimiento económico a largo plazo. Pero la influencia negativa o positiva de estas políticas sobre el crecimiento económico puede acentuarse dependiendo de las condiciones iniciales.

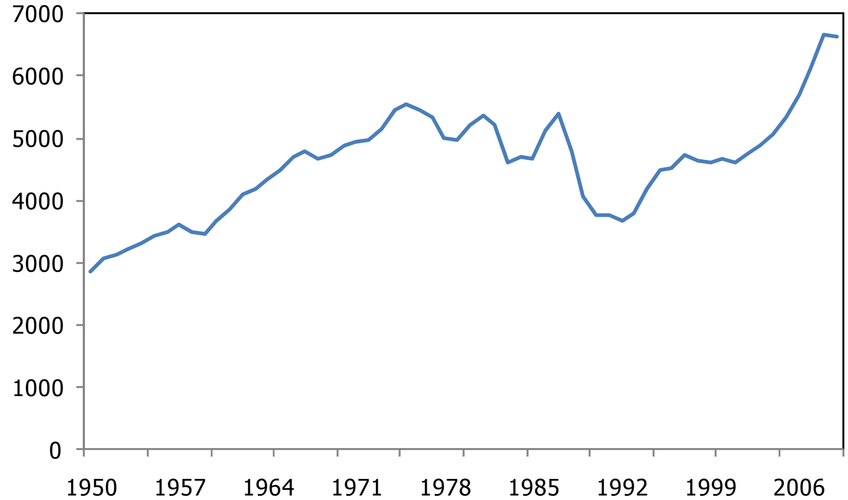
En el Perú, estas condiciones iniciales están constituidas por tres grandes problemas estructurales: a) la desigualdad y pobreza intensificadas por la insuficiencia de empleos e ingresos decentes; b) las débiles o inexistentes relaciones sectoriales y espaciales que hacen difícil crear nuevos mercados internos o expandir los ya existentes; y, c) el estilo del crecimiento liderado por la producción primaria, la misma que tiene reducidos efectos sobre el empleo y los ingresos.

Por otro lado, es importante señalar que los cambios climáticos o la demanda externa son factores exógenos a las políticas económicas. Por lo tanto, cualquier crecimiento basado en este tipo de factores, no puede ser entendido como un crecimiento sostenible de mediano o largo plazo. Mientras mayor sea el crecimiento de una economía dependiente de estos factores, mayor será su vulnerabilidad y menor será su capacidad de conseguir un crecimiento sostenible. Los factores que sí están al alcance de las políticas económicas son el progreso técnico y la acumulación de capital físico y humano. El eje central de la teoría del crecimiento, cuyo análisis se circunscribe al crecimiento del producto de largo plazo, se basa en estos dos factores.

CRECIMIENTO Y POLÍTICA ECONÓMICA EN PERÚ

El PBI per cápita peruano creció sostenidamente desde 1950 hasta mediados de la década del setenta, para luego mostrar considerables fluctuaciones y disminuir notablemente entre mediados de la década de los ochenta e inicios de los noventa. En 1992, el PBI per cápita ascendía a S/. 3 691 de 1994, cercano a su valor registrado en 1960 y recién en 2006 pudo sobrepasar el nivel que alcanzó en 1975. Entre el 2004 y el 2008, el producto por habitante aumentó a una tasa de 6% promedio anual.

Perú: PBI per cápita 1950-2008
(Millones de soles de 1994)



Fuente: BCRP, INEI/Elaboración propia.

¿Cómo puede explicarse este comportamiento del PBI per cápita peruano? ¿Cuál fue la política económica seguida que puede explicar este comportamiento? ¿Tiene la política económica entre sus objetivos la promoción del crecimiento? Para abordar estas interrogantes, debemos analizar la evolución de las principales variables económicas que influyen en el crecimiento del PBI.

Una de estas variables es la inversión, pues gracias a ella no sólo se incrementa el stock de capital en la economía, si no también se incorporan cambios tecnológicos y se eleva la productividad del trabajo. El otro factor estrechamente relacionado con el anterior es la cobertura y calidad de la educación, junto con la inversión en investigación y desarrollo. Por lo tanto, la política económica debe promover la inversión privada y favorecer el gasto en investigación, educación y desarrollo.

Capítulo 16

Modelos Keynesianos y Neoclásicos

Los modelos de crecimiento que se desarrollan desde fines de la década de los treinta y durante la segunda mitad del siglo XX, suponen la existencia de equilibrio dinámico entre el ahorro y la inversión. Esto es lo mismo que suponer que en el crecimiento de largo plazo se mantiene la igualdad entre la demanda y la oferta agregadas. Los modelos se clasifican en keynesianos y neoclásicos dependiendo del tipo de función de producción que utilicen y del papel que le asignen en el crecimiento a la oferta o demanda agregadas.

Si el ahorro y la inversión bruta fija se definen como sigue:

$$S = sY$$

$$I = dK + \delta K$$

En equilibrio:

$$sY = dK + \delta K$$

De aquí se deduce que la tasa de crecimiento del stock de capital es igual a:

$$\frac{dK}{K} = s\frac{Y}{K} - \delta$$

Cuando $dK > 0$ el ahorro excede a la inversión de reposición. Si, por otro lado, $dK < 0$, el ahorro es menor que la inversión de reposición. Cuando $dK = 0$ el ahorro solo alcanza para cubrir la inversión de reposición.

Por otro lado, si se supone que el crecimiento del producto es un promedio ponderado de las tasas de crecimiento de los factores capital y trabajo:

$$\frac{dY}{Y} = \alpha \frac{dK}{K} + (1-\alpha)\frac{dL}{L}$$

Reemplazando en esta ecuación la tasa de crecimiento del stock de capital de la ecuación anterior, correspondiente al equilibrio ahorro-inversión, se obtiene:

$$\frac{dY}{Y} = \alpha\left[s\frac{Y}{K} - \delta\right] + (1-\alpha)\frac{dL}{L}$$

$$\frac{dY}{Y} = \alpha\left[s\frac{Y}{K} - \delta - \frac{dL}{L}\right] + \frac{dL}{L}$$

La tasa de crecimiento del factor trabajo es exógena e igual a n. Por lo tanto:

$$\frac{dY}{Y} = \alpha\left[s\frac{Y}{K} - \delta - n\right] + n$$

$$\frac{dY}{Y} = \alpha\left[s\frac{Y}{K} - \delta - n\right] + n$$

$$\frac{dY}{Y} = \alpha\left[s\frac{Y}{K} - (\delta + n)\right] + n$$

La tasa de crecimiento del producto per cápita es, bajo el supuesto de cambios continuos, igual a:

$$\frac{dy}{y} = \frac{dY}{Y} - n \qquad \text{Donde } y = \frac{Y}{L}$$

En consecuencia, la ecuación de la tasa de crecimiento del producto per cápita puede expresarse como sigue:

$$\frac{dy}{y} = \alpha\left[s\frac{Y}{K} - (\delta + n)\right]$$

1.

16.1 MODELO DE HARROD-DOMAR

El modelo de Harrod de 1939 (*An Essay in Dinamic Theory*) es una extensión del análisis del equilibrio estático de la *Teoría General* de Keynes al equilibrio dinámico de largo plazo. Domar en 1946 (*Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment*) formuló un modelo de características similares al de Harrod. La condición para el equilibrio estático es que los planes de inversión deben ser iguales a los planes de ahorro. Harrod se pregunta cuál debe ser la tasa de crecimiento del producto para que esta condición de equilibrio se cumpla a través del tiempo en una economía en crecimiento.

Harrod introdujo tres conceptos de tasas de crecimiento distintos: tasa de crecimiento observada o efectiva, tasa de crecimiento garantizada, y tasa de crecimiento natural. La primera no asegura un equilibrio con una inversión suficiente para igualar al ahorro planeado. Con la tasa garantizada se mantiene el pleno empleo del capital. Esta tasa no asegura la plena utilización del trabajo que depende de la tasa de crecimiento natural, y que iguala al crecimiento de la fuerza de trabajo y al crecimiento de la productividad.

El propósito del modelo de Harrod es revelar las condiciones necesarias para el equilibrio entre el ahorro agregado y la inversión agregada en una economía en crecimiento, considerando el doble papel de la inversión: como determinante de la utilización corriente de la capacidad productiva y como factor que crea capacidad de producción.

La hipótesis fundamental del modelo es que los capitalistas tienen un stock de capital deseado en relación a la demanda de sus mercancías; en otras palabras, tienen una tasa deseada de utilización de su stock de capital. Si su stock es sobre utilizado, los inversionistas desearán invertir más, buscando lograr el nivel deseado del stock de capital; pero si es sobre utilizado disminuirán sus inversiones. Cuando hay plena utilización del capital, no hay sobreproducción ni subproducción, por tanto, en este caso, los productores desean hacer inversiones en el futuro a la misma tasa que en el pasado.

El supuesto de que los capitalistas desean mantener una proporción fija de stock de capital en relación a la demanda de sus mercancías (Y), se puede expresar como sigue:

$$Y = \frac{1}{v}K$$

Donde v es la relación capital-producto deseada, que permanece constante dadas las expectativas de los capitalistas.

Dado que $\frac{dK}{K} = s\frac{Y}{K}$ - δ, entonces:

$$\frac{dK}{K} = \frac{s}{v} - \delta$$

Puesto que la relación capital-producto debe mantenerse constante en todo instante del tiempo, la tasa de crecimiento del stock de capital debe ser igual a la tasa de crecimiento del producto:

$$\frac{dY}{Y} = \frac{dK}{K} = \frac{s}{v} - \delta$$

Esta expresión nos dice que el stock de capital y el producto estarán creciendo siempre que el cociente de la tasa de ahorro y la relación capital-producto sea mayor que la tasa de depreciación. Si es menor, entonces dicho cociente estará disminuyendo; y, si son iguales, permanecerá invariante.

La tasa de crecimiento del producto per cápita, en tiempo continuo, es:

$$\frac{dy}{y} = \frac{dY}{Y} - \frac{dL}{L}$$

Donde $y = Y / L$ es el producto per cápita y n es la tasa de crecimiento de la población. La tasa de crecimiento del producto per cápita del modelo Harrod-Domar será igual a:

$$\frac{dy}{y} = \frac{s}{v} - (\delta + n)$$

Así, se puede observar que el modelo predice que sólo habrá crecimiento del producto per cápita si el cociente de la tasa de ahorro y la relación capital producto es mayor a la suma de la tasa de depreciación del capital y la tasa de crecimiento de la población.

El modelo define también una tasa natural de crecimiento del producto, que es igual, en ausencia de cambio técnico, a la tasa de crecimiento de la población. Sin embargo, dado que la tasa de crecimiento del producto depende de parámetros exógenos, no existe en el modelo ningún mecanismo que garantice que ésta sea igual a la tasa natural, o que ante choques inesperados la tasa de crecimiento del producto se desvíe y luego regrese a su valor natural. Por ello, se dice que el modelo Harrod-Domar es inestable.

El papel para la política económica en este modelo, al igual que en otros modelos keynesianos, es activo. Dado que el Estado no puede afectar la tasa de crecimiento de la población ni el ratio capital-producto, su instrumento de política será el ahorro público, que afecta la tasa de ahorro de la economía[3]. Cuando el gobierno tiene ingresos superiores a sus gastos, aumenta el ahorro total disponible y se dice que incurre en un superávit fiscal; cuando sus gastos exceden sus ingresos, disminuye el ahorro total, y se dice que incurre en déficit. Si la tasa de crecimiento del producto es distinta de la natural, es decir $n \neq (s/v) - \delta$, el Estado puede aumentar o disminuir el ahorro nacional (incurriendo en déficits o superávits), de manera que se vuelva a la senda de crecimiento natural.

16.2 MODELO DE SOLOW

Solow, en su intento de mostrar que el crecimiento puede ser estable y con pleno empleo, reemplaza el supuesto de una relación capital-producto constante por una relación capital-producto variable.

Si la tecnología no es lo suficientemente flexible para cada bien en un determinado tiempo –dice Solow-, la intensidad agregada de factores debería de ser mucho más variable ya que una economía puede elegir entre ser intensiva en capital, ser intensiva en trabajo o incluso ser intensiva en tierras. Así, Solow hace variable la relación capital-producto bajo el supuesto de sustituibilidad de los factores de producción.

A diferencia del modelo Harrod-Domar, en el que el crecimiento con pleno empleo resulta de un golpe de suerte que permite que se igualen las tasa de crecimiento garantizada, efectiva y la natural de la economía, el propósito del modelo de Solow es mostrar que la economía capitalista puede crecer a la tasa que crece su fuerza laboral y que este crecimiento es estable o converge a su equilibrio de largo plazo entre la Oferta y la Demanda Agregada. Si es posible sustituir trabajo por capital, y viceversa, entonces las variaciones de la relación capital-producto permitirán que la economía converja a su equilibrio de largo plazo (*steady state*).

La tasa de crecimiento del producto per cápita obtenida a partir de la igualdad entre el ahorro y la inversión es igual a:

$$\frac{dy}{y} = \alpha\left[s\frac{Y}{K} - \delta - n\right]$$

[3] Ver Van der Klundert (2001) para un análisis más extenso.

El término entre corchetes es la tasa de crecimiento de la intensidad del capital, es decir, de la relación K/L.

Si k=K/L, la tasa de crecimiento de k es igual a:

$$\frac{dk}{k} = \frac{dK}{K} - \frac{dL}{L}$$

Como la tasa de crecimiento del stock de capital es:

$$\frac{dK}{K} = s\frac{Y}{K} - \delta$$

Entonces:

$$\frac{dk}{k} = s\frac{Y}{K} - \delta - n$$

Si suponemos que a largo plazo la intensidad del capital está constante, es decir, que su tasa de crecimiento es cero, la tasa de crecimiento del stock de capital y del producto serán iguales a la tasa de crecimiento de la fuerza laboral:

$$\frac{dY}{Y} = \frac{dK}{K} = s\frac{Y}{K} - \delta = n$$

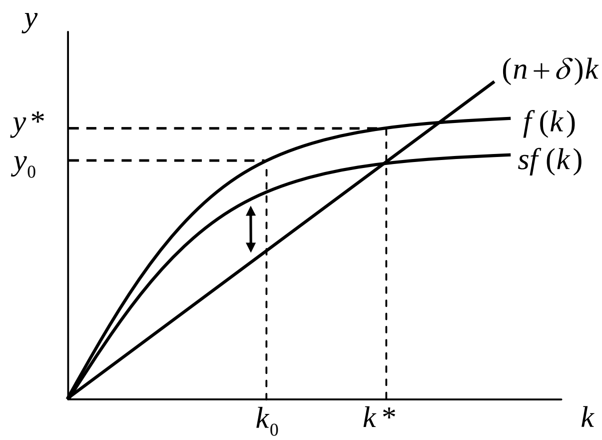
Esto quiere decir que, en el estado estacionario, el producto per cápita o la productividad media del trabajo está constante:

$$\frac{dy}{y} = 0$$

En el gráfico que sigue están representadas las curvas de producto per cápita $(y = f(k))$ e inversión per cápita $(sf(k))$, y la recta que representa la inversión requerida para mantener el capital per cápita constante $(n+\delta)k$.

El producto per cápita y el ahorro per cápita muestran rendimientos marginales decrecientes del factor capital. Este supuesto es fundamental para que el modelo sea estable.

El equilibrio en el modelo de Solow



En el estado estacionario, $sf(k) = (n+\delta)k$.

Nótese que si aumenta s, los niveles de k y de y en el nuevo estado estacionario también aumentarán, pero la tasa de crecimiento del producto agregado será la misma. Si bien el producto per cápita está constante en el largo plazo, el producto agregado crece a la tasa n.

El modelo de Solow es estable, es decir, converge a su estado estacionario. El supuesto que hace que esto sea posible es la sustitución de los factores capital y trabajo, junto con la proposición de rendimientos marginales decrecientes de dichos factores. Para probar esto, partimos de la ecuación para la tasa de crecimiento del capital per cápita o intensidad de capital:

$$\frac{dk}{k} = s\frac{Y}{K} - \delta - n$$

$$\frac{dk}{k} = \frac{\dot{k}}{k} = s\frac{Y}{K} - (\delta + n)$$

Si $\dot{k}/k > 0$, entonces el stock de capital estará creciendo. Sin embargo, a medida que aumenta, debido a la propiedad de rendimientos marginales decrecientes, el producto y el producto per cápita aumentarán cada vez en una proporción menor, lo que hará que el ratio Y/K disminuya.

¿Hasta cuándo disminuirá el ratio Y / K ? Disminuirá hasta que:

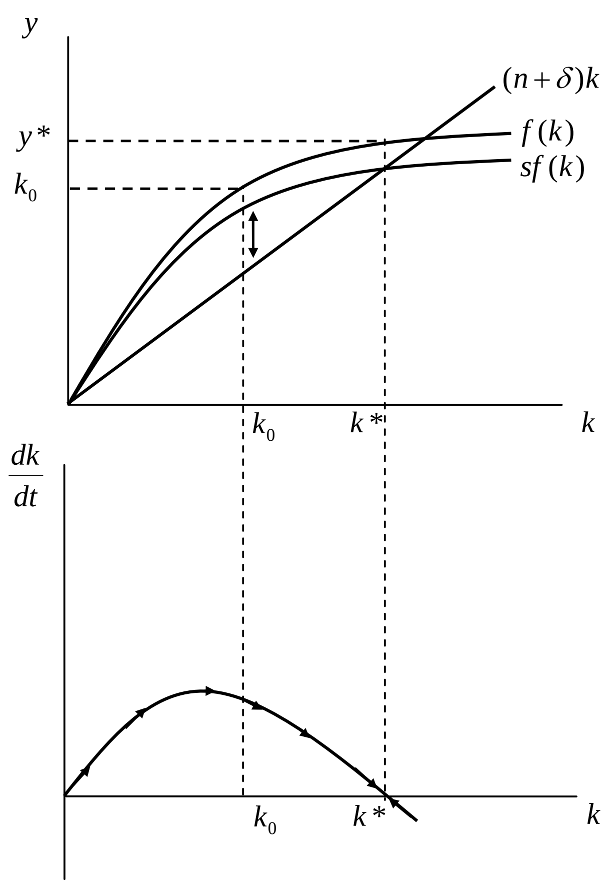
$$s\frac{Y}{K} = n + \delta \qquad \text{O cuando} \qquad \frac{\dot{k}}{k} = 0$$

Si $\dot{k} / k < 0$ entonces el stock de capital per cápita estará decreciendo. Cuando esto sucede la relación Y / K aumenta (debido a la propiedad de rendimientos marginales decrecientes) hasta que sy / k se iguale a $n+\delta$.

El equilibrio en este modelo implica una tasa de crecimiento del stock de capital per cápita igual a cero. Ello no significa que ausencia de inversión, sino que esta será igual a la inversión necesaria para reponer el capital gastado durante la producción y para dotar de capital a los nuevos trabajadores.

Una conclusión importante del modelo de Solow es que el equilibrio es estable, pues, siempre que $\dot{k} / k$ sea distinto de cero, la presencia de rendimientos marginales decrecientes del factor capital asegura el retorno al equilibrio $\dot{k} / k = 0$.

Equilibrio en el modelo de Solow



En el panel superior vemos que el equilibrio se logra cuando la inversión se iguala a aquella inversión necesaria para mantener constante el nivel de capital per cápita (k*). Si la economía se encontrase en un punto inicial distinto a k^*, como por ejemplo k_0, la inversión es mayor a aquella necesaria para mantener el capital per cápita constante. A medida que aumenta el capital, disminuirá la relación producto-capital, reduciendo la tasa de crecimiento del capital per cápita. Entonces, el capital per cápita aumentará hasta su valor de equilibrio k^* en el estado estacionario $\dot{k}/k = 0$. Si k_0 se encontrase a la derecha de k^*, sucedería lo contrario.

Dado que en el equilibrio el capital per cápita no varía, el producto per cápita tampoco variará. Sin embargo la evidencia empírica demuestra que las economías sí crecen en términos per cápita. Para solucionar dicho problema Solow introduce de manera exógena la variable "tecnología" en la función de producción de la economía. Así, a medida que mejora la tecnología, con la misma cantidad de capital y trabajo se obtendrá mayores niveles de producción. El producto per cápita aumentará a la tasa que crece el progreso técnico.

EL PROGRESO TÉCNICO EXÓGENO

El producto per cápita crecerá únicamente si hay progreso técnico. En este caso, la contabilidad del producto toma la forma siguiente, donde el progreso técnico crece a la tasa ρ :

$$\frac{dY}{Y} = \alpha \frac{dK}{K} + (1-\alpha)\frac{dL}{L} + \frac{dA}{A}$$

Reemplazando la tasa de crecimiento del capital a partir del equilibrio ahorro-inversión, y suponiendo que la fuerza laboral y la tecnología crecen a tasas constantes (n y ρ, respectivamente) se obtiene:

$$\frac{dY}{Y} = \alpha\left[s\frac{Y}{K} - (\delta + n)\right] + n + \rho$$

Si la intensidad del capital está constante, es decir, si la tasa de crecimiento del capital es cero, entonces la producción crecerá a la tasa n+ ρ :

$$\frac{dY}{Y} = n + \rho$$

De aquí se deduce que la productividad media del trabajo crece a la tasa del progreso técnico.

$$\frac{dy}{y} + n = +n + \rho \qquad ; \qquad \frac{dy}{y} = \rho$$

Un mayor progreso técnico aumenta la tasa de crecimiento del producto per cápita. Nótese que, en este modelo, el cambio técnico es exógeno.

EL MODELO DE SOLOW Y DE HARROD-DOMAR

En el modelo de Solow hay un rango de estados estacionarios posibles y la amplitud de este rango corresponde al de las intensidades agregadas de factores. La variación en la intensidad del capital sería la condición más importante en la economía a diferencia de la condición impuesta en el modelo de Harrod-Domar. A diferencia del modelo de Solow, el modelo de Harrod-Domar no incorpora la función de producción neoclásica.

Empleando una función de producción donde se incluya el cambio técnico como variable exógena, la tasa de crecimiento del producto per cápita es independiente de la tasa de ahorro (o de la tasa de inversión) y depende totalmente de la tasa de progreso tecnológico. En el estado estacionario la tasa de crecimiento del producto y del producto per cápita depende solo de factores exógenos.

La regla de oro

Sabemos que el consumo es la diferencia entre el producto y el ahorro. Expresado en términos per cápita, tenemos que:

$$c = f(k) - sf(k)$$

En el estado estacionario se cumple que $\mathrm{s(f)} = (\mathrm{n} + \delta)\mathrm{k}$. Reemplazando:

$$c = f(k) - (n + \delta)k$$

Para maximizar el consumo, derivamos esta última ecuación respecto al capital per cápita e igualamos a cero, con lo cual obtenemos:

$$\frac{\partial \mathrm{c}}{\partial \mathrm{k}} = \mathrm{f}'(\mathrm{k}) - (\mathrm{n} + \delta) = 0$$

Finalmente:

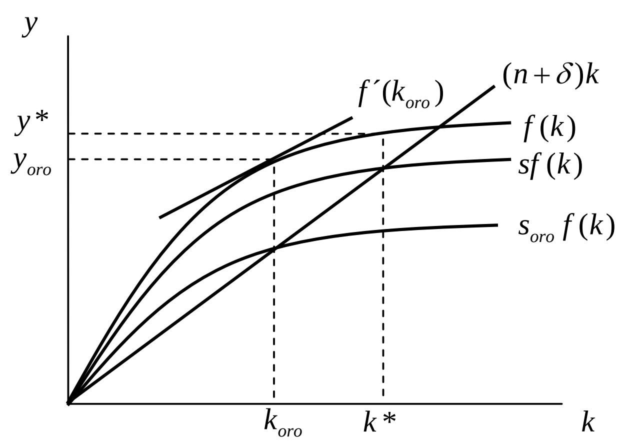
$$\mathrm{f}'(\mathrm{k}) = (\mathrm{n} + \delta)$$

$$f'(k) - \delta = n$$

La productividad marginal del capital neta de depreciación del capital debe ser igual a la tasa de crecimiento de la fuerza laboral. Esta es la famosa <u>regla de oro</u> de la acumulación de capital.

Podemos ilustrar este resultado con la ayuda de un gráfico. Como sabemos, la productividad marginal del capital es una tasa de variación, es decir, una derivada. Si trazamos una recta tangente a la función de producción, cuya pendiente sea igual a la pendiente de la recta de inversión necesaria para mantener el capital per cápita constante, obtendremos el nivel de capital per cápita que maximiza el consumo. La tasa de ahorro respectiva es menor a la tasa de ahorro s que corresponde al valor k* del estado estacionario.

La regla de oro en el modelo de Solow



Estática comparativa y políticas

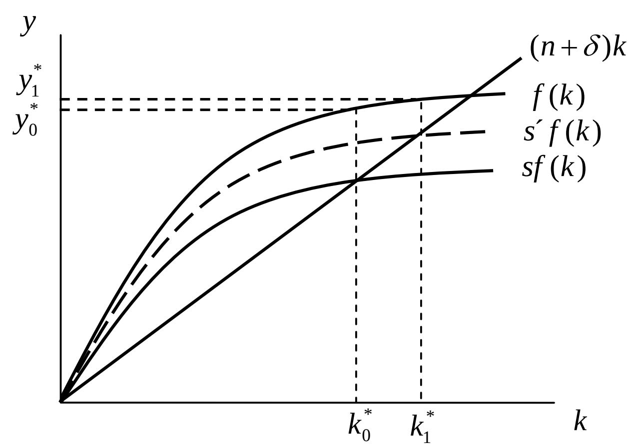
Un aumento del ahorro hace que la intensidad del capital se incremente, y con ello, el producto per cápita. Sin embargo, la tasa de crecimiento de largo plazo del PBI no cambia; sigue siendo igual a las tasas exógenas de crecimiento de la fuerza laboral y del progreso técnico.

En la ecuación de la tasa de crecimiento del capital per cápita, tenemos lo siguiente:

$$\uparrow \frac{dk}{k} = (s \uparrow)\frac{y}{k} - (n+\delta)$$

Gráficamente, vemos que tanto el producto como el capital per cápita de estado estacionario (k*) aumentan. La tasa de crecimiento del producto (n) sigue siendo la misma.

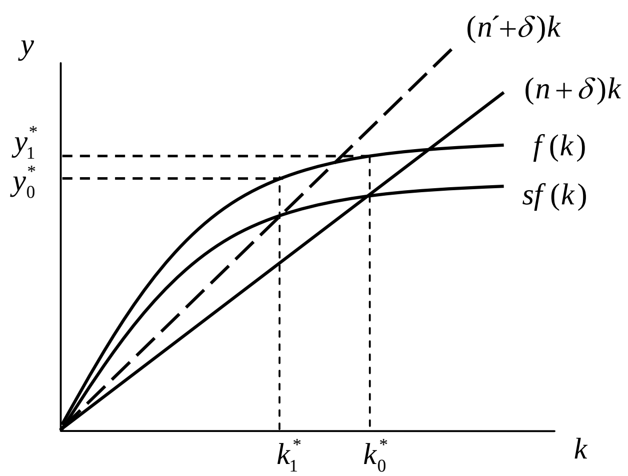
Un incremento del ahorro



Hay una relación inversa entre la tasa de crecimiento de la fuerza laboral y el producto per cápita. Si la tasa de crecimiento de la fuerza laboral se incrementa, el producto per cápita será menor; asimismo, el capital per cápita de estado estacionario será menor.

$$\downarrow \frac{dk}{k} = \frac{sy}{k} - ((\uparrow n) + \delta)$$

Un incremento de la tasa de crecimiento de la población



REGLA DE ORO Y TASA DE AHORRO

En la economía de Norlandia el stock de capital es aproximadamente 2,5 veces el PBI de un año:

a) $k = 2.5y$

Aproximadamente el 10% del PBI es utilizado para reemplazar el capital gastado u obsoleto:

b) $\delta k = 0.1y$

El ingreso por el factor capital es aproximadamente un 30% del PBI:

c) $\mathrm{f}'(\mathrm{k})\mathrm{k} = 0.3\mathrm{y}$

Donde $PMgK = f'(k)$

Para determinar δ, dividimos (b) entre (a), con lo cual: $\delta = 4\%$
Para determinar $PMgK$, dividimos (c) entre (a), con lo cual: $PMgK = f'(k) = 12\%$

Por lo tanto, tenemos que:

$$PMgK - \delta = 12\% - 4\% = 8\%$$

Ahora bien, si sabemos que la economía de Norlandia crece a una tasa de 3% anual, que es la tasa de crecimiento de la fuerza laboral, es decir n=0.03, entonces:

$$PMgK - \delta = 0.08 > 0.03 = n$$

La economía de Norlandia se encuentra por debajo de la regla de oro: si incrementamos la tasa de ahorro, tendremos un crecimiento más rápido hasta llegar a un nuevo nivel de estado estacionario con un mayor consumo per cápita.

Para aumentar la tasa de ahorro se puede reducir el déficit fiscal o incrementar el superávit y, por otro lado, se puede estimular el ahorro privado disminuyendo los impuestos a las ganancias del capital a los ingresos corporativos o reemplazando los impuestos al ingreso por impuestos al consumo. Estas son las políticas que se infieren del modelo de Solow.

❖ Convergencia en el modelo de Solow

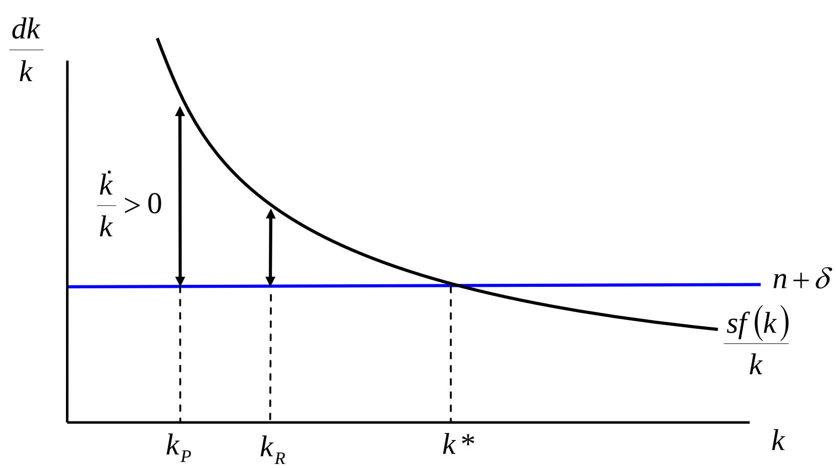
La ecuación de crecimiento de la intensidad del capital en el modelo de Solow puede escribirse como:

$$\frac{dk}{k} = s\frac{f(k)}{k} - (n+\delta)$$

La tasa de crecimiento de las dotaciones de capital por trabajador depende positivamente de la tasa de ahorro y de la productividad media del capital, y negativamente de la tasa de crecimiento de la población y de la tasa de depreciación. El primer término es decreciente porque la productividad media del capital disminuye a medida que aumenta el stock de capital.

La relación capital-trabajo de un país pobre es, generalmente, menor que la de un país rico. Por lo tanto, el país pobre crecerá más rápido que el rico, hasta que ambos converjan al mismo nivel de crecimiento de largo plazo. Esto sucederá solo si ambos tienen los mismos parámetros (como s, n, δ, y f(.)). Entonces, a medida que los países se encuentren más alejados del nivel de equilibrio, es decir, que tengan intensidades de capital menores, crecerán a tasas mayores y lograrán alcanzar a los países que registren ratios capital-trabajo mayores. A esta convergencia se le denomina convergencia absoluta.

Convergencia absoluta en el modelo de Solow



En el gráfico anterior, sf(k)/k es la inversión bruta por unidad de capital. Se puede observar que la tasa de crecimiento correspondiente a un país pobre, con un stock de capital k_p, es mayor que la de un país rico con un stock de capital k_R.

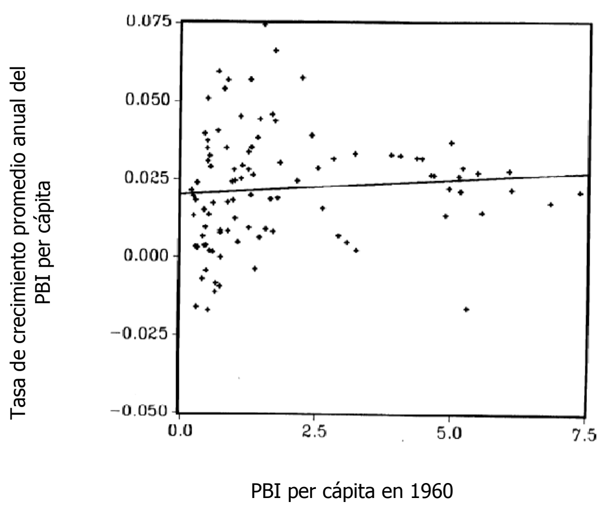
Para someter a prueba dicha hipótesis se estimaron ecuaciones del siguiente tipo (Sala-i-Martin 2002:43):

$$\gamma_{i,t,t+T} = b_0 + b_1 y_{i,t} + \varepsilon_{i,t}$$

Donde $\gamma_{i,t}$ es la tasa de crecimiento del PBI per cápita del país i entre el periodo t+T, $y_{i,t}$ es el nivel de PBI per cápita del país i al inicio del periodo t (utilizado como proxy del nivel inicial de stock de capital) y $\varepsilon_{i,t}$ es un término de error. Para que se compruebe la hipótesis de la convergencia absoluta, las estimaciones deberían indicar que b_1 tiene signo negativo. Es decir, a mayor nivel inicial de PBI per cápita el país i crecerá a una tasa menor o, lo que es lo mismo, a menor nivel inicial de PBI per cápita el país i crecerá a una tasa mayor.

Sin embargo, la evidencia empírica no parece apoyar la hipótesis de la convergencia absoluta. Barro (1991) encuentra que no hay relación negativa (como la que teóricamente se espera) entre la tasa de crecimiento promedio anual del PBI per cápita entre 1960 y 1985 para 98 países, contra su nivel de PBI per cápita en 1960.

Hipótesis de convergencia absoluta



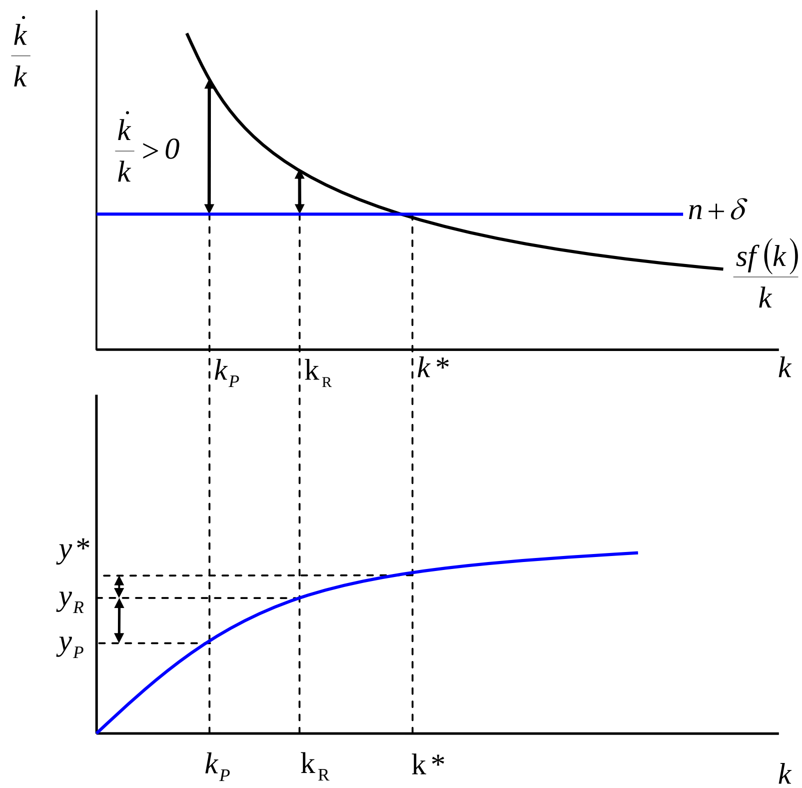
La evidencia empírica muestra una relación positiva entre el nivel inicial del PBI per cápita y la tasa de crecimiento del PBI per cápita, lo que rechazaría la hipótesis de convergencia absoluta ($b_1 < 0$).

Romer (1986) propone que dicha relación positiva se debería a la existencia de rendimientos a escala crecientes en la función de producción. Ello le daría una ventaja inicial a los países ricos, lo que haría que sus estándares de vida nunca sean alcanzados por los países pobres.

Por su parte, De Long (1988), en un estudio que abarca una amplia muestra de países, no encuentra evidencia de que los niveles de bienestar de los países pobres se estén acercando al de los ricos.

¿Estos resultados significan que las predicciones del modelo de Solow fallan? Sí, cuando se trata de la versión absoluta de la hipótesis de convergencia. Los países tienen distintos parámetros, por lo tanto, convergerán a sus propios estados estacionarios. Así, lo que el modelo neoclásico de Solow predice es más bien la convergencia condicional, la cual plantea que cada país, con sus propios parámetros demográficos, de ahorro y de tecnología, convergerá a su propio estado estacionario. Mientras más lejana esté una economía de su estado estacionario, mayor será su velocidad de convergencia.

Convergencia relativa en el modelo de Solow



Los niveles de capital (k) y producción (y) per cápita en el estado estacionario dependen de los parámetros. Si la tasa de ahorro (s) es mayor, o la tasa al a que crece la fuerza laboral (n) es menor, el nivel de capital en el estado estacionario será mayor. Pero la tasa de crecimiento volvería a ser cero una vez alcanzado el nuevo estado estacionario. Si el nivel del stock de capital es bajo, la inversión bruta y la tasa de crecimiento del capital serán altas. Como la producción sigue la misma trayectoria que el capital, también crecerá más cuanto más lejos esté la economía de su estado estacionario.

La evidencia empírica, a diferencia del anterior tipo de convergencia, soporta fuertemente esta hipótesis. Mankiw, Romer y Weil (1992) encuentran evidencia de convergencia entre países de similares características.

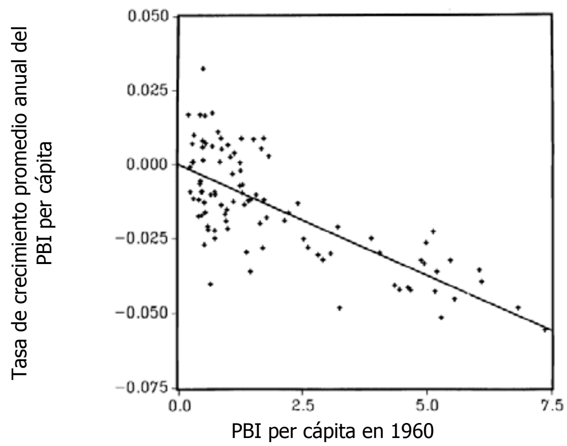
Así, la convergencia condicional propone que los países poseen distintos niveles de productos potenciales, o de largo plazo, y que los mismos crecerán a tasas más altas, cuando más alejados se encuentren de su propio nivel potencial (y_i^*). Para someter a prueba dicha hipótesis se estimaron ecuaciones del tipo (Sala-i-Martin: 43):

$$\gamma_i = b_0 + b_1\left(y_i^* - y_i\right) + \varepsilon_i$$

Para comprobar la hipótesis de la convergencia condicional, las estimaciones deberían indicar que cuanto más lejos se encuentra un país de su nivel potencial, crecerá a tasas mayores, es decir que $b_1<0$. Dado que el PBI potencial no es una variable que se observe en la realidad, Barro (1991) toma como proxy del mismo al nivel inicial de capital humano, el cual es aproximado con indicadores de matrículas escolares. La idea detrás de modelar el PBI potencial a través del capital humano, es que un país con trabajadores más educados, hábiles y calificados, podrán expandir las capacidades productivas de dicha economía.

La evidencia empírica muestra que efectivamente existe una relación negativa entre los niveles iniciales de PBI per cápita y las tasas de crecimiento, una vez que se "controla" por el producto potencial, es decir, que se admiten niveles de producto potencial distintos para cada país. Dicho resultado puede evidenciarse en el siguiente gráfico, donde se plotea la tasa de crecimiento promedio anual del PBI per cápita entre 1960 y 1985 para 98 países, contra el nivel de PBI per cápita en 1960, habiendo controlado el efecto del PBI potencial:

Hipótesis de convergencia relativa



Fuente/Elaboración: Barro (1991)

Otro resultado importante que se desprende del modelo de Barro es que la tasa de crecimiento del producto per cápita depende positivamente del nivel de capital humano. Ello es un gran aporte para los *policymakers,* dado que evidencia la importancia de invertir en educación y no sólo en la acumulación de capital físico.

Capítulo 17

Nuevas tendencias: la Teoría del Crecimiento Endógeno

Según el modelo de Solow, puede haber crecimiento del producto per cápita a largo plazo sólo si existen mejoras tecnológicas, pero no hay progreso tecnológico dentro del propio modelo. Por esta razón, el progreso tecnológico debe suponerse exógeno. Por otro lado, la tasa de crecimiento de largo plazo siempre es una variable exógena que no tiene relación alguna con la tasa de ahorro: o es igual a la tasa de crecimiento de la fuerza laboral (n) si no hay cambio tecnológico, o es igual a la tasa de crecimiento de la fuerza laboral (n) más la tasa de crecimiento del progreso técnico (ρ). Y, como se sabe, ambas tasas n y ρ, son exógenas al modelo.

El abandono de algunos de los supuestos neoclásicos permite superar este problema y ha dado lugar, precisamente, al desarrollo de la teoría del crecimiento endógeno.

La teoría del crecimiento endógeno permite explicar por qué las economías de los países industrializados producen cantidades per cápita mucho mayores que las de hace un siglo o más. Entre 1870 y 1992, el PBI per cápita en Estados Unidos se multiplicó por 8.8, en Alemania por 10.1 y en Canadá por 11.2. En Perú, entre 1950 y el 2009 el PBI per cápita se multiplicó solo por 2.3.

Los trabajos de Romer (1986), basado en su tesis doctoral (1983), y el de Lucas (1988), devolvieron el tema del crecimiento al campo de la investigación teórica que dan lugar a los modelos de crecimiento endógeno. Estos modelos, a diferencia de los neoclásicos, aseguran la existencia de una tasa de crecimiento positiva, sin necesidad de suponer que una variable (fuerza laboral o cambio técnico) crece en forma exógena.

Hay tres tipos de modelos de crecimiento endógeno. El primero, elimina los rendimientos marginales decrecientes e introduce rendimientos crecientes de los factores. Entre estos se encuentran los trabajos de P. Romer (1986), Lucas (1988), Rebelo (1991), Barro (1991). Como antecedentes de estos modelos se pueden citar a Kaldor (1966) y a Allyn A. Young (1928).

El segundo tipo de modelos de crecimiento endógeno son los que introducen la competencia imperfecta con lo cual facilitan la incorporación de la inversión en I+D para explicar el cambio tecnológico endógeno. Según estos modelos la sociedad premia a las empresas que realizan investigaciones con el disfrute de un poder de monopolio si inventan un nuevo producto o si consiguen mejorar la calidad de productos existentes. Destacan en este grupo los trabajos de P. Romer (1987, 1990, 1994), Aghion y Howitt, (1992, 1998), Grossman y Helpman (1991).

Finalmente, tenemos el tercer tipo de modelos que hacen énfasis en el crecimiento impulsado por la demanda (el aumento de la oferta de largo plazo y, por tanto, del producto potencial responde a la expansión de la demanda). Entre los trabajos más importantes sobre este tipo de modelos se encuentran Cornwal (1972), Skott (1989), Kaldor (1970, 1972, 1981, 1985), Thirlwall (1979) y Nell (1992).

La teoría de crecimiento endógeno es útil para los países subdesarrollados, porque ofrece una alternativa de desarrollo sin dependencia en factores exógenos, por ejemplo, el comercio exterior. Se centra en la educación, en la inversión nacional, en la capacitación en el trabajo, en el desarrollo de nuevas tecnologías para el mercado mundial y en la investigación en ciencia aplicada.

Para la teoría del crecimiento endógeno el crecimiento económico no es totalmente independiente de la política económica. Esta tiene efectos permanentes sobre el crecimiento de largo plazo. En los modelos neoclásicos el crecimiento de largo plazo es totalmente independiente de la política económica. Sus efectos en el producto per cápita son temporales.

17.1 UN MODELO SIMPLE DE CRECIMIENTO ENDÓGENO:EL MODELO AK

❖ El estado estacionario en el modelo de Solow

El modelo neoclásico de Solow no explica endógenamente el crecimiento del producto per cápita. En el estado estacionario, este se mantiene constante, y siempre igual a la tasa de crecimiento del progreso técnico exógeno.

$$\frac{dy}{y} = \rho$$

Como consecuencia de este supuesto, « [...] un cambio en la tasa de inversión sólo causará desviaciones transitorias de la tasa de crecimiento observada a largo plazo pero no afectará a la tasa de crecimiento de la renta per cápita a largo plazo» (Corbo 1994:161).

Además, suponer que la tasa de crecimiento de largo plazo es igual a la suma de las tasas de crecimiento del progreso técnico exógeno y de la población implica que no existen mecanismos dentro de la economía que afecten la evolución de la producción y propagación del progreso tecnológico. En otras palabras, se supone que el crecimiento a largo plazo es independiente del ahorro y del comportamiento de la política económica. En palabras de Solow, «[...]la tasa de crecimiento permanente de la producción por unidad de insumo de mano de obra es independiente de la tasa de ahorro (inversión), y depende por entero de la tasa de progreso tecnológico en el sentido más amplio» (Solow 1987:309).

Al asumir que en el largo plazo la economía convergerá por sí sola al estado estacionario, es comprensible que se deduzca que la mejor política económica, desde la visión neoclásica, es la liberalización del mercado, es decir, dejar al mercado actuar solo sin alguna política específica que intervenga en él, puesto que el crecimiento no depende de las decisiones de política.

Por último, por el lado de la evidencia empírica, el modelo de Solow no permite explicar la existencia de economías con productos per cápita crecientes, y, además, hay poca evidencia sobre la convergencia entre las tasas de crecimiento per cápita.

❖ El modelo AK de crecimiento endógeno

Para explicar el crecimiento a largo plazo, la teoría del crecimiento endógeno abandona algunos supuestos del modelo neoclásico. En particular, las variables como la acumulación de tecnología o el conocimiento dejan de considerarse como dadas, y pasan a depender de la inversión que se destina a su desarrollo (Nedomlelová 1982:4).

Como consecuencia, tal y como Rebelo (1991) señala, puede haber crecimiento a largo plazo si existen mejoras tecnológicas. La función de producción que permite introducir estas modificaciones en la teoría es la siguiente:

$$Y = f(K, A) \quad \rightarrow \quad Y = AK$$

Esta es una función lineal en el stock de capital, donde A es una constante. Se denomina función de producción de tecnología AK. En K se incorpora el capital humano. Hay que gastar una serie de recursos (en forma de alimentación, medicamentos, educación, etc.) para formar trabajadores. El factor trabajo necesita inversión. El supuesto del modelo de Solow, donde el trabajo crece a una tasa n, considera que ello ocurre de manera gratuita, sin gasto de recursos. El factor trabajo-se dice- aumenta de manera parecida a como aumenta el capital: sacrificando consumo actual. Por lo tanto, el capital y el trabajo son el realidad dos tipos de capital diferentes, físico y humano, es decir, ambos son capital.

Si todos los inputs de la función de producción son capital y existen rendimientos constantes a escala, la función de producción debe tener la forma AK. Formalmente hemos retornado al modelo Harrod-Domar.

Las propiedades que tiene la función de producción AK son las siguientes:

1. Exhibe rendimientos constantes a escala:

$$Y_0 = f(K) = AK_0 \qquad \rightarrow \qquad Y_1 = f(\lambda K_0) = \lambda Y_0$$

2. Exhibe rendimientos positivos pero no decrecientes:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} > 0$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = 0$$

3. No satisface las condiciones de INADA , pues la productividad marginal del capital siempre es igual a A, que es una constante:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = F_K = A$$

4. El producto por trabajador o productividad media del trabajo es igual a:

$$y = Ak$$

Donde $y = \frac{Y}{L}$, $k = \frac{K}{L}$

5. Variación de la relación capital-trabajo se obtiene a partir de la igualdad ahorro-inversión en términos per cápita:

$$sy = dk + (n + \delta)k$$

$$dk = sAk - (n+\delta)k$$

Donde:

$$\dot{L} = nL$$

6. La tasa de crecimiento del producto per cápita es la siguiente:

$$\frac{dy}{y} = \frac{dk}{k} = sA - (n+\delta)$$

Donde:

$sA > (n+\delta)$ tasa de crecimiento constante y positiva

El producto per cápita crece a una tasa constante, pues la diferencia es una constante mayor que cero. Esto nos indica que la relación capital-trabajo (k) crece a una tasa constante. La inversión neta que aumenta la relación capital-trabajo no es cero, es decir, no solo se invierte para reponer capital depreciado sino para incrementar la relación capital-trabajo.

Las principales diferencias con el modelo neoclásico, son las siguientes:

1. La tasa de crecimiento del producto per cápita es positiva o mayor que cero, sin necesidad de suponer la existencia de alguna variable que crece continua y exógenamente. Esta es la razón por la que se le denomina crecimiento endógeno.

2. La tasa de crecimiento de largo plazo del producto está determinada por la tasa de ahorro (s) y la productividad (A). De aquí se desprende que las economías con tasas de ahorro relativamente elevadas crecen mucho más rápido que economías con tasas de ahorro menores.

3. El modelo no tiene estado estacionaron ni, por lo tanto, transición alguna hacia el estado estacionario. Siempre se crece a una tasa constante (sA-(n+δ)), con independencia del valor que adopta el stock de capital.

4. No existe relación entre la tasa de crecimiento y el nivel alcanzado por el ingreso nacional. El modelo no predice convergencia ni condicional ni absoluta.

Podemos afirmar, en general, que el residuo de Solow se encuentra determinado dentro de la ecuación de crecimiento a través de diversas formas: capital humano, provisión de infraestructura pública (gasto público), investigación y desarrollo, inversión extranjera, etc., entre otros determinantes.

La acumulación de capital (físico y humano) genera externalidades que pueden cancelar los rendimientos decrecientes que podrían observarse en el capital físico, tal y como sucede en los modelos de crecimiento neoclásicos.

También el progreso tecnológico puede ser entendido como una forma de acumulación de capital, ya que consiste en la acumulación de conocimientos, que es un tipo de capital intelectual (Howitt 2004:4). La inversión en capital humano y físico lleva a un aumento de la productividad que neutraliza el impacto de los rendimientos decrecientes. La relación positiva entre la inversión y el conocimiento, tiene como consecuencia un aumento permanente de la tasa de crecimiento (Nedomlelová 1982:4).

Las externalidades que se generan entre los distintos tipos de capital agregado son en gran parte explicadas por las características del progreso técnico, entendido como la acumulación de conocimientos. La característica principal del progreso tecnológico es que es un bien no rival, es decir, que todas las personas pueden hacer uso simultáneo de la tecnología en cantidades y formas diversas sin disminuir su cantidad o sus existencias. Asimismo, es un bien parcialmente exclusivo por dos razones. En primer lugar, es posible restringir parcialmente su uso. Por ejemplo, el uso de un *software* de computación, una vez que este es adquirido, es ilimitado, o disponible a todas las personas, pues existe la posibilidad de reproducirlo (en calidad de copia). No obstante, requiere el pago inicial por la instalación de este programa en la computadora. En segundo lugar, la exclusividad parcial de este bien se puede deber al sistema legal, específicamente a la existencia de los derechos de propiedad intelectual (Sala-i-Martin 2002:49).

EVIDENCIA EMPÍRICA SOBRE LA TEORÍA DE CRECIMIENTO ENDÓGENO

Howitt (2004) realiza una revisión de investigaciones empíricas que tratan de encontrar evidencia de crecimiento endógeno. En particular, señala que hay numerosos estudios que han encontrado evidencia sobre la correlación entre las tendencias del crecimiento (en países como Estados Unidos, por ejemplo) y los determinantes del crecimiento que esta teoría sugiere (Howitt 2004: 6).

Howitt documenta los hallazgos de las siguientes investigaciones (Howitt 2004: 7):

- En un estudio realizado por Kocherlakota y Yi (1997) se encuentra que la tasa impositiva y el capital público son dos determinantes importantes del crecimiento. el crecimiento de largo plazo de los Estados Unidos depende negativamente del segundo, y positivamente del primero.

- Un estudio realizado por Arora (2001) a partir de un trabajo realizado en 10 países distintos, concluye que el crecimiento a largo plazo está correlacionado con los indicadores de la salud de la población. Encuentra que el crecimiento y la salud son dos variables que tienen una relación de largo plazo estable, es decir, se mueven conjuntamente y en el mismo sentido.

- Howitt (2004b) muestra que educación (capital humano) no es la única variable importante en la determinación del crecimiento. Mejoras en la salud de la población también afectan al crecimiento, a través de los siguientes canales:

    a) Los trabajadores saludables son más productivos.
    b) El aumento en las expectativas de vida incentiva a que las personas mejoren su educación, con lo cual se incrementa el capital humano.
    c) Mejoras en la salud pre-natal y en la niñez producen una mejora la capacidad de aprendizaje de las personas.
    d) Estas mejoras en la salud permiten el desarrollo de todo su potencial cognitivo.

17.2 CAPITAL FÍSICO, CAPITAL HUMANO Y POLÍTICAS PÚBLICAS

La teoría del crecimiento endógeno sustituye los supuestos fundamentales de la teoría del crecimiento neoclásico. Esto conduce a tres tipos de propuestas que revalorizan aspectos que la teoría neoclásica no toma en cuenta.

En primer lugar, la teoría del crecimiento endógeno sostiene la existencia de externalidades positivas en la inversión, reflejadas en retornos crecientes a escala. En segundo lugar, postula la existencia de externalidades positivas asociadas al capital humano. Esta idea se desarrolla a partir del artículo de Romer (1986). En dicho artículo, Romer elimina la presencia de rendimientos decrecientes del capital, al suponer que el conocimiento es obtenido como un subproducto de la inversión en capital físico. Con ello, la teoría revaloriza el aprendizaje en la práctica (*learning by doing*) como medio para mejorar y aumentar el stock de capital humano. Este aprendizaje fue planteado inicialmente en 1960 por Arrow y Levhari, quienes afirmaron que el progreso técnico presentaba un comportamiento endógeno, dados los efectos que tienen sobre el mismo (Gaviria 2007:54-55). En tercer lugar, considera al stock de conocimientos como un factor productivo con externalidades que afectan la estructura del mercado. (Mattos 1999:191)

La consecuencia de estos aportes realizados por la teoría de crecimiento endógeno, es la revalorización del papel de la política económica para lograr el crecimiento económico. Considerar el progreso técnico como una variable endógena al sistema destaca la importancia de la educación y de la investigación en el proceso de acumulación de conocimientos. De esta forma, la teoría del crecimiento endógeno demanda elementos de políticas públicas útiles para el crecimiento de los países en desarrollo. Por ejemplo, son importantes políticas que estimulen la inversión en educación e investigación como medio de acumulación de capital; por ende, medio de desarrollo.

En consecuencia, lograr el crecimiento sostenido del producto per cápita a largo plazo no es posible sin la intervención de políticas económicas que incentiven la acumulación del stock de capital a través de un Estado más activo en la economía.

Por otro lado, la teoría hace énfasis en las características de la situación inicial de cada país en tanto condicionante del crecimiento de largo plazo.

> […]Toda vez que se trata de definir una política para un territorio en particular, se considera necesario ante todo evaluar la potencialidad de su situación inicial e identificar las condiciones y los mecanismos que podrían favorecer […] la activación del respectivo potencial endógeno, por lo que el nuevo paradigma implica un desplazamiento de la propuesta del crecimiento desde arriba hacia una de crecimiento desde abajo. (Mattos 1999:195)

El estado inicial de un territorio puede resultar poco atractivo para la inversión de capital debido a su menor potencial, a condiciones desfavorables en el estado de la tecnología o de la calidad de la educación, etc. En consecuencia, es necesaria una política que promueva el desarrollo endógeno, es decir, la promoción de las actividades en las que los países tienen menores ventajas comparativas. Ejemplos de esto son la promoción del desarrollo de un mercado de capitales, la inversión en la mejora en la calificación y la calidad de la fuerza laboral, la creación de una mejor infraestructura en transporte y comunicaciones, etc. En ese sentido, la teoría del crecimiento endógeno plantea un cambio de un crecimiento desde arriba a uno desde abajo. (Mattos 1999:195)

❖ Factores que explican el crecimiento endógeno

A causa de la gran cantidad de determinantes del crecimiento es que resulta necesario definir qué variables son la que tienen mayor incidencia sobre el crecimiento. Un estudio realizado por Xavier Sala-i-Martin (2002) señala que no existe un simple determinante del crecimiento. Para Sala-i-Martin:

- El nivel de ingreso es la principal y más importante variable.
- El tamaño del gobierno parece no importar mucho como determinante del crecimiento; no obstante, la calidad del gobierno sí es importante.

- La relación entre el capital humano y el crecimiento es débil; sin embargo, algunos aspectos del capital humano como la salud, sí tiene una fuerte correlación.
- Las instituciones son un determinante esencial sobre el crecimiento.
- La apertura económica de un país influye en el crecimiento.

Entre los más importantes determinantes del crecimiento se encuentran:

Capital humano: Hay diversos trabajos sobre la acumulación del capital humano como determinante del crecimiento económico. R.Lucas, en su trabajo de 1988, *On the mecanics of economic growth*, señala que las externalidades que surgen a partir de la acumulación de capital humano cumplen la doble función de hacer crecer la economía y reforzar la productividad del capital físico. Considera al capital humano como motor de crecimiento alternativo o al menos complementario al cambio tecnológico. Hace énfasis en la acumulación de capital humano a través de la escuela y en la especialización que se adquiere a través del aprendizaje (Gaviria 2007:59).

El nivel de educación de la población define, en gran medida, el ritmo al cual una economía puede explotar las posibilidades del avance tecnológico. Igualmente, el progreso técnico afecta la demanda por educación y la contribución de ésta sobre el crecimiento económico. En otras palabras, el capital humano posee algunas de las características de un bien público puro, en tanto no hay rivalidad ni exclusividad en el disfrute de los beneficios de los efectos externos del capital humano sobre los demás factores de la producción.

La educación también es un determinante importante del crecimiento a través del efecto que tiene sobre el progreso tecnológico. Las capacidades y destrezas laborales dependen de la educación que reciben los trabajadores, y, a su vez, tienen efecto sobre el proceso de investigación y desarrollo necesario en para el desarrollo tecnológico. La evidencia empírica muestra que en aquellos países con mayor cantidad de trabajadores capacitados es más fácil desarrollar la tecnología, ya que a estos trabajadores les será más fácil la adaptación a la nueva tecnología (Howitt 2004:6).

CAPITAL HUMANO Y CRECIMIENTO ENDÓGENO: EL CASO DE INDIA, INDONESIA Y JAPÓN (1890-2000)

Leuween (2006) trata de identificar qué teorías pertenecientes al campo del crecimiento endógeno caracterizan mejor el desarrollo de India, Indonesia y Japón. Como posibles explicaciones al crecimiento de dichos países, toma la teoría de Romer (1990) y la de Lucas (1988). En la primera, el crecimiento económico depende del progreso tecnológico, y este, a su vez, depende del nivel capital humano; mientras que en la segunda, la acumulación de capital humano (que es considerado como un factor de producción) determina el crecimiento de la economía.

►

Para el autor, el marco institucional que afecta la formación de capital humano y la generación de nuevas tecnologías tiene un impacto decisivo en el crecimiento económico. Una de las motivaciones para escoger a países como India, Indonesia y China son las diferencias en el marco institucional y las estrategias de desarrollo que siguen.

Leuween encuentra que Japón tuvo un mayor nivel de capital humano per cápita que en el caso de Indonesia e India, durante el periodo 1980-2000. Posteriormente, mediante estimaciones econométricas, encuentra que el desarrollo de India e Indonesia es caracterizado por el modelo de Lucas, donde la tasa de crecimiento del stock de capital humano tiene una relación positiva con el crecimiento de la economía. Estos resultados son robustos a distintas especificaciones.

En el caso de Japón, se encuentran resultados mixtos. El desarrollo de este país es caracterizado por el modelo de Lucas hasta la mitad del siglo XX. En el siguiente periodo, el desarrollo del país es mejor caracterizado por el modelo de Romer, donde los determinantes del crecimiento que el modelo sugiere (la educación, por ejemplo), están directamente relacionados con el nivel de capital humano, y este, a su vez, tiene efectos sobre el crecimiento económico.

Capital físico y aprendizaje: Otro trabajo sobre a los determinantes del crecimiento del producto per cápita es el de P. Romer, *Capital accumulation in the theory of long run growth* (1989). En este trabajo Romer hace énfasis en los efectos en la producción de la inversión en capital físico que lleva a cabo una sola firma. Las externalidades resultantes del aumento del capital físico favorecen el crecimiento, ya que su rendimiento social es mayor que el rendimiento privado (Gaviria 2007:55).

Externalidades: la presencia de externalidades es un elemento común a los modelos de crecimiento endógeno. Estas se originan en (Gaviria 2007:53):

- Los resultados de las actividades del sector Investigación y Desarrollo, que son el cambio tecnológico y la acumulación de nuevos diseños.
- El incremento de la productividad y la disponibilidad del capital humano.
- El aprendizaje en las firmas e industrias.

Así, «Las externalidades mencionadas funcionan como un mecanismo endógeno, que acelera el proceso de crecimiento. Asimismo, al impedir la caída de la rentabilidad marginal del capital y mantener los incentivos de mercado para la acumulación/inversión, evitan la llegada a un estado estacionario como el propuesto en el modelo de Solow» (Gaviria 2007:53).

Investigación y Desarrollo: Otros trabajos como el de Romer (1990), Grossman y Helpman (1995) plantean que la presencia de un sector de Investigación y Desarrollo constituye el origen del incremento en la productividad total (Gaviria 2007:58-59).

Un aumento en investigación y desarrollo generará un aumento temporal del progreso tecnológico; por ende, estimulará el crecimiento. La evidencia empírica muestra que aquellos países con pocos incentivos a invertir en investigación y desarrollo, no se benefician del progreso tecnológico; en consecuencia, crecerán a una menor velocidad que aquellos países con más inversión en esta área (Howitt 2004:5).

Marco institucional y regulatorio: Por instituciones se entiende a los partidos políticos, al sistema de salud, a las instituciones financieras, al sector público, a los conflictos sociales, a los mercados, entre otros. Las instituciones afectan al crecimiento económico porque de ellas depende la eficiencia de la economía. Una economía ineficiente es aquella que necesita muchos recursos para producir una cantidad determinada. La existencia de malas instituciones disminuye los incentivos a la actividad económica (Sala-i-Martin 2002:54). Asimismo, las instituciones, la tecnología y el crecimiento están estrecha y positivamente relacionados, ya que no se podrá aplicar ni desarrollar adecuadamente el progreso tecnológico en una economía que tenga instituciones deficientes; lo cual no permite un mayor crecimiento. En consecuencia, las instituciones son un factor determinante del crecimiento.

Grado de apertura de la economía: Este factor es otro determinante importante del crecimiento. La apertura de la economía al mercado internacional aumenta la productividad de la economía al largo plazo, no sólo a través de los canales usuales de ventaja comparativa, especialización y competencia, sino porque la apertura amplia el mercado y facilita la transferencia de tecnología entre países a través de la importación de bienes de capital y productos intermedios (Howitt 2004:6).

Competencia imperfecta y rendimientos crecientes: La teoría de crecimiento endógeno tuvo un segundo periodo de desarrollo, con exponentes tales como P.Romer (1987), G.Grossman y E.Helpman (1991), P.Aghion y P. Howitt (1992). En este segundo periodo, se caracterizó por incluir la Investigación y el Desarrollo, y la competencia imperfecta. El progreso tecnológico y el crecimiento económico son resultados endógenos de la competencia imperfecta. Para Romer, la tasa de crecimiento en Investigación y Desarrollo no necesariamente tiene que ser Pareto óptimo. La tasa de crecimiento es significativamente dependiente de la política gubernamental, particularmente de la política fiscal, del soporte a la educación, del mantenimiento de la infraestructura y de la regulación del comercio internacional, entre otros.

Referencias Bibliográficas

AGHION, PHILIPPE Y PETER HOWITT

1992 «A Model of Growth through Creative Destruction ». *Econometrica*, vol. 60, pp. 323-353.

1998 «Market Structure and the Growth Process». *Review of Economic Dynamics*, vol. 1, pp. 276-305.

ARORA, SUCHIT

2001 «Health, Human Productivity, and Long-Term Economic Growth». *Journal of Economic History,* nº 61, pp. 699-749.

BARRO, ROBERT

1991 «Economic Growth in a Cross Section of Countries». *Quarterly Journal of Economics,* vol. 106, pp. 407-443.

CASS, DAVID

1965 «Optimum growth in an Aggregate Model of Capital Accumulation». *Review of Economic Studies*, nº 32, pp. 233-240.

CORBO, VÍCTOR

1994 «Viejas y Nuevas Teorías del Crecimiento: Algunos Ejemplos para América Latina y Asia Oriental». Trabajo presentado en la conferencia internacional *"Crecimiento Económico y Desarrollo a Largo Plazo: Teoría y Evidencia Empírica en el Umbral del Siglo XXI"*.

CORNWALL, JOHN

1972 *Growth and Stability in a Mature Economy*. Londres: Martin Robertson y Cía.

DE MATTOS, CARLOS

1999 «Teorías del crecimiento endógeno: lectura desde los territorios de la periferia». *Estudos Avançados*, vol 13, nº36.

DOMAR, EVSEY

1946 «Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment». *Econometrica*, vol. 14, pp. 137-147.

GAVIRIA, MARIO

2007 «El crecimiento endógeno a partir de las externalidades del capital humano». Revista *Cuadernos de Economía*, vol.26, nº 46, pp. 51-73.

GROSSMAN, GENE Y ELHANA HELPMAN

1991 *Innovation and Growth in a Global Economy.* Cambridge:MIT Press.

1991 «Trade, Knowledge Spillovers, and Growth». Documento de trabajo nº 3485, National Bureau of Economic Research.

1995 «Technology and trade». En Peter Kenen (ed.), *Handbook of international economics*, Volumen III.

HARROD, ROY

1939 *An Essay in Dynamic Theory. Economic Journal*, Vol. 49, Junio, pp. 14-33.

HOWITT, PETER

2000 «Endogenous Growth and Cross-Country Income Differences». *The American Economic Review*, Vol. 90, No. 4, pp. 829-846.

2004 Endogenous Growth, Productivity and Economic Policy: A Progress Report. Centre for the study of living standards, vol. 8, en *International Productivity Monitor*, Brown University.

2004b «Health, Human capital and Economic Growth: A Schumpeterian perspective». En Guillem Lopez-Casasnovas Luis Currais y Berta Rivera (eds.), *Economic Growth and Health.* Cambridge: MIT press.

KALDOR, NICHOLAS

1955-1956 «Alternative Theories of Distribution». *The Review of Economic Studies,* vol. 23, nº2, pp. 83-100

1966 «Causes of the Slow Rate of Economic Growth in the United Kingdom». En F. Targetti y Anthony P. Thirlwall (eds.), *The Essential Kaldor*. Londres: Duckworth, 1989.

1970 «Conflicts in National Economic Objectives». *The Economic Journal*, vol. 81, nº 321, pp. 1-16.

1972 «The Irrelevance of Equilibrium Economics». *The Economic Journal*, vol. 82, nº. 328, pp. 1237-1255.

1981 «The Role of Increasing Returns, Technical Progress and Cumulative Causation in the Theory of International Trade and Economic Growth». *Economie appliquée*, vol 34, nº 6, pp. 593-617.

1985 *Economics Without Equilibrium*. Cardiff: University College Cardiff press.

KEYNES, JOHN

1965[1936] *La Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero.* 7.ª ed. México: Fondo de Cultura económica.

KOCHERLAKOTA, NARAYANA R. AND KEI-MU YI

1997 «Is there Endogenous Long. Run Growth? Evidence from the United States and the United Kingdom». *Journal of Money, Credit and banking,* vol. 29, pp. 235-262.

KOOPMANS, TJALLING

1963 «On the concept of Optimal Economic Growth». Cowles foundation discussion papers, nº163. Yale University.

LEEUWEN, BAS VAN

2006 «The role of human capital in endogenous growth in India, Indonesia and Japan:1890-2000». Trabajo presentado en el XIV Congreso Internacional de Historia, Helsinki.

LUCAS, ROBERT

1988 «On the mechanics of economic development». *Journal of Monetary Economics,* vol. 22, pp. 3-42.

NEDOMLELOVÁ, IVA

1982 Critical view on the contribution of endogenous growth theory.Technical University of Liberec. Mimeo.

NELL, EDWARD

1992 *Transformational Growth and Effective Demand*, Londres: Macmillan.

RAMSEY, FRANK

1928 «A Mathematical Theory of Saving». *The Economic Journal*, vol. 38, nº 152.

REBELO, SERGIO

1991 «Long-Run Policy Analysis And Long-Run Growth». *Journal of Political Economy*, vol. 99, pp.500-521.

RICARDO, DAVID

1817 *On the Principles of Political Economy and Taxation*. London: John Murray.

ROMER, PAUL

1986 «Increasing Returns and Long-Run Growth». *Journal of Political Economy,* vol. 94, pp. 1002-1037.

1987 «Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization». *American Economic Review*, vol. 77, pp. 56-62

1989 «Increasing returns and new developments in the theory of growth«». Documento de trabajo nº 3098, National Bureau of Economic Research.

1990 «Endogenous Technological change». *Journal of Political Economy*, vol. 98, pp. 71-102.

1994 «New goods, old theory, and the welfare costs of trade restrictions». Documento de trabajo nº 4452, National Bureau of Economic Research.

SALA-I-MARTIN. XAVIER

2002 «Fifteen Years of New Growth Economics: What Have We Learned?». En Norman Loayza y Raimundo Soto (eds.), *Economic Growth: Sources, Trends and Cycles.* Banco Central de Chile.

SKOTT, PETER

1989 *Conflict and Effective Demand in Economic Growth.* Cambridge: Cambridge University Press.

SMITH, ADAM

1958 [1776] *Investigación sobre la naturaleza y causa de la riqueza de las naciones*. México: Fondo de cultura económica.

SOLOW, ROBERT

1956 «A Contribution to the Theory of Economic Growth». *Quarterly Journal of Economics,* vol.70, pp. 65-94.

1987 «Growth Theory and After». *American Economic Review*, vol. 78, pp. 307-317.

THIRLWALL, ANTHONY

1979 «The Balance of Payments Constraint as an Explanation of International Growth Rate Differences». *Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review*, vol. 128, pp. 45-53.

VAN DE KLUNDERT, THEO

2001 *Growth Theory in Historical Perspective: Selected Essays of Theo van de Klundert*. Sjak Smulders (ed.), Cheltenham: Edward Elgar, 2001.

YOUNG, A.

1928 «Increasing Returns and Economic Progress». *The Economic Journal*, vol. 38, pp. 527-42.

Ejercicios Resueltos
Capítulo 15

1. Suponga que la función de producción para el país X es la siguiente:

$$Q = F(K, L) = AL^{\frac{3}{4}}K^{\frac{1}{4}}$$

a) ¿Cuál de los dos factores se utiliza más en el proceso productivo, trabajo o capital? Explique.

b) Esta función de producción ¿muestra retornos constantes o retornos crecientes a escala?

c) Halle la función de producción en términos per cápita.

d) Utilizando la siguiente función de producción lineal:

$$Y = \alpha K + \beta L$$

Y, adicionalmente, asumiendo que $\alpha = 0.6$ y $\beta = 0.7$, indicar si la función de producción exhibe rendimientos constantes, crecientes o decrecientes a escala ¿Cambia su respuesta si $\beta = 0.4$?

2. Utilizando el siguiente cuadro:

Poducto Bruto Interno
(miles de millones de unidades monetarias domésticas constantes)

Año	Brasil	Colombia	Perú
2000	1024.03	196373.85	121.06
2001	1037.47	200657.11	121.32
2002	1065.05	205591.28	127.40
2003	1077.26	215073.66	132.55
2004	1138.77	225104.16	139.14
2005	1174.78	237982.30	148.64
2006	1221.41	254505.55	160.15
2007	1290.66	273710.26	174.33
2008	1356.18	280647.87	191.48

a) Halle las tasas de crecimiento promedio anuales para el periodo 2000 – 2008 en Brasil, Colombia y Perú.

b) Asumiendo que Brasil, Colombia y Perú, van a crecer desde el 2009 en adelante a la tasa hallada en la sección a) respectivamente para cada país, ¿cuánto tardarán en duplicar su PBI?

3. Utilizando la siguiente función de producción Cobb-Douglas, que refleja la producción agregada del país Articon:

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

Y, adicionalmente, asumiendo que $A = 1$ y $\alpha = 0.4$.

a) ¿Cuál fue el nivel de producción en Articon para los años 2006, 2007 y 2008, sabiendo que:

Año	**Capital**	**Trabajo**
2006	200	100
2007	220	105
2008	270	110

b) Halle la tasa de crecimiento promedio anual del periodo 2006-2008.

c) Asumiendo que desde el año 2008 el stock de capital permanece constante (K=270), y que la población aumenta en 5 individuos cada año, halle el producto para los años 2009, 2010, y 2011.

4. Resolver los siguientes ejercicios:

a) Completar el cuadro:

Ahorro inversión Perú: 2004-2008

(millones de nuevos soles a precios de 1994)

Año	Ahorro nacional	Ahorro externo	Inversión
2004	25045		24976
2005	28688		26591
2006	37043		32097
2007	41940		39962
2008		6267	51417

Fuente:BCRP/elaboración propia.

b) ¿El Perú se comportó entre los años 2004 y 2008 como prestatario o acreedor del mundo?

5. Utilizando la siguiente función de producción agregada para el país Caribeño:

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

Y, adicionalmente, asumiendo que $\alpha = 0.2$.

a) Halle la tasa de crecimiento anual del producto para el año 2007, sabiendo que la población crece a una tasa de 2% anual, que el stock de capital crece al 7% y la tasa de progreso tecnológico es 0.1%.

b) Se sabe que en el año 2008 el producto, la población y el capital crecieron a la tasa de 5%, 2% y 8% respectivamente. ¿Qué porcentaje del crecimiento se atribuye al progreso tecnológico?

Solución

1. Respuesta:

a) Los exponentes que acompañan al trabajo y al capital indican la participación de cada factor en el proceso productivo. Dado que $3/4 > 1/4$, el trabajo tendrá una mayor participación que el capital.

b) Dado que estamos frente a una función de producción Cobb Douglas, para examinar qué tipo de rendimientos a escala presenta es necesaria la suma de los exponentes que acompañan al capital y al trabajo. Algebraicamente, tenemos lo siguiente:

$$Q = F(K, L) = AL^{\frac{3}{4}}K^{\frac{1}{4}}$$

$$Q = F(\lambda K, \lambda L) = A(L\lambda)^{\frac{3}{4}}(K\lambda)^{\frac{1}{4}}$$

$$Q = F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}A(L)^{\frac{3}{4}}(K)^{\frac{1}{4}}$$

$$Q = F(\lambda K, \lambda L) = \lambda A(L)^{\frac{3}{4}}(K)^{\frac{1}{4}}$$

Como estos exponentes suman uno, estamos ante una función de producción con rendimientos constantes a escala u homogénea de grado uno.

c) Para expresar la función de producción en términos per cápita dividimos la función de producción entre el total de trabajadores en la economía:

$$Q = F(K, L) = AL^{\frac{3}{4}}K^{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{Q}{L} = F\left(\frac{K}{L}, 1\right) = A\frac{L^{\frac{3}{4}}}{L^{\frac{3}{4}}}\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{1}{4}}$$

De manera abreviada, la expresión anterior adquiere la siguiente forma:

$$\frac{Q}{L} = F(k) = Ak^{\frac{1}{4}}$$

Donde:

$$k = \frac{K}{L}$$

Esta conversión a términos per cápita es posible porque la función de producción es homogénea de grado uno.

d) Todas las funciones de producción lineales presentan rendimientos a escala constantes, independientemente de los valores de sus parámetros. Algebraicamente, tenemos lo siguiente:

$$Q = F(K, L) = \alpha K + \beta L$$
$$Q = F(\lambda K, \lambda L) = \alpha(L\lambda) + \beta(K\lambda)$$
$$Q = F(\lambda K, \lambda L) = \lambda(\alpha K + \beta L)$$

2. Respuesta:

a) Utilizando la fórmula para la tasa de crecimiento promedio del PBI entre los periodos 0 y t:

$$g = \sqrt[t]{\frac{PBI_t}{PBI_0}} - 1$$

La tasa de crecimiento del producto entre los años 2000-2008 es la siguiente:

Perú:

$$g_{PERÚ} = \sqrt[8]{\frac{PBI_{2008}}{PBI_{2000}}} - 1 = \sqrt[8]{\frac{191.48}{121.06}} - 1 = 5.90\%$$

Colombia:

$$g_{COL} = \sqrt[8]{\frac{PBI_{2008}}{PBI_{2000}}} - 1 = \sqrt[8]{\frac{280647.87}{196373.85}} - 1 = 4.56\%$$

Brasil:

$$g_{BRA} = \sqrt[8]{\frac{PBI_{2008}}{PBI_{2000}}} - 1 = \sqrt[8]{\frac{1024.03}{1356.18}} - 1 = 3.57\%$$

b) Para saber cuántos años tardaran Perú, Brasil y Colombia en duplicar su PBI se aplica la siguiente fórmula.

De la tasa de crecimiento promedio del PBI se tiene que:

$$g = \sqrt[t]{\frac{PBI_t}{PBI_0}} - 1$$

Despejando el valor del PBI en el año t:

$$PBI_t = PBI_0(1+g)^t$$

Si lo que se busca es que el PBI en el año t sea el doble del PBI en el año cero, se tiene que:

$$2PBI_0 = PBI_0(1+g)^t$$
$$2 = (1+g)^t$$

Tomando logaritmos, y recordando sus propiedades, se tiene que:

$$\ln 2 = t\ln(1+g)$$

$$0.7 = gt$$

Finalmente, la cantidad de años (t) requerida para que el PBI se duplique está dada por la siguiente fórmula:

$$t = \frac{70}{100 \cdot g}$$

Aplicando esto a los datos del problema, se obtiene lo siguiente:

$$t_{PERÚ} = \frac{70}{100(0.059)} = 12$$

$$t_{BRA} = \frac{70}{100(0.0357)} = 20$$

$$t_{COL} = \frac{70}{100(0.0456)} = 15$$

3. Respuesta:

a) A partir de los datos del problema, se calcula la producción anual en el país de Articon:

Año 2006:

$$Y = (200)^{0.4}(100)^{0.6} = 131.95$$

Año 2007:

$$Y = (220)^{0.4}(105)^{0.6} = 141.15$$

Año 2008:

$$Y = (270)^{0.4}(110)^{0.6} = 157.54$$

b) La tasa de crecimiento promedio del producto en el periodo 2006-2008 se calcula a partir de la formula:

$$g = \sqrt[t]{\frac{PBI_t}{PBI_0}} - 1$$

Reemplazando los datos del problema en la fórmula, se tiene que la tasa de crecimiento promedio para el periodo 2006-2008 es igual a:

$$g_{ARTICON} = \sqrt{\frac{PBI_{2008}}{PBI_{2006}}} - 1 = \sqrt{\frac{157.54}{131.95}} - 1 = 9.27\%$$

c) Si el stock de capital permanece constante a partir del año 2008, y la población crece a razón de 5 individuos por año, se tienen los siguientes datos:

Año	Capital	Trabajo
2008	270	110
2009	270	115
2010	270	120
2011	270	125

La producción anual en el pais de Articon, para los años 2009,2010 y 2011 es la siguiente:

Año 2009:

$$Y = (270)^{0.4}(115)^{0.6} = 161.79$$

Año 2010:

$$Y = (270)^{0.4}(120)^{0.6} = 165.98$$

Año 2011:

$$Y = (270)^{0.4}(125)^{0.6} = 170.09$$

4. Respuesta:

a) Para completar el cuadro es necesario partir de la igualdad entre el ahorro y la inversión en una economía abierta:

$$S_e + S_p + S_g = I$$
$$S_n + S_e = I$$
$$S_n = S_p + S_g$$

Donde:

S_e Ahorro externo

S_p Ahorro privado

S_g Ahorro del Gobierno

S_n Ahorro nacional

Ahorro inversión Perú: 2004-2008
(millones de nuevos soles a precios de 1994)

Año	Ahorro nacional	Ahorro externo	Inversión
2004	25045	-38	24976
2005	28688	-2148	26591
2006	37043	-4945	32097
2007	41940	-1978	39962
2008	45151	6267	51417

Fuente:BCRP/elaboración propia.

b) Entre el 2004 y el 2008 el Perú generó más ahorro del que necesitó para financiar su inversión, por lo que se convirtió en acreedor neto del mundo.

5. Respuesta:

a) Para obtener la tasa de crecimiento del producto correspondiente al año 2007, es necesario realizar algunas operaciones. Tras aplicar logaritmos a la función de producción agregada del país Caribeño, se tiene:

$$\ln Y = \ln A + \alpha \ln K + (1-\alpha)\ln L$$

Derivando respecto al tiempo:

$$\frac{\partial \ln Y}{\partial t} = \frac{1}{A}\frac{\partial \ln A}{\partial t} + \alpha\frac{1}{K}\frac{\partial \ln K}{\partial t} + (1-\alpha)\frac{1}{L}\frac{\partial \ln L}{\partial t}$$

Con lo cual se obtiene:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha\frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L} + \frac{\dot{A}}{A}$$

En esta expresión se reemplazan los datos del problema para obtener la tasa de crecimiento del producto.

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = 0.2(0.07) + (1-0.2)(0.02) + 0.01 = 4\%$$

b) Reemplazando los datos, se obtiene el porcentaje del crecimiento que se le atribuye al cambio técnico:

$$0.05 = 0.2(0.08) + (1-0.2)(0.02) + \frac{\dot{A}}{A} \quad ; \quad \frac{\dot{A}}{A} = 1.8\%$$

Ejercicios Resueltos
Capítulo 16

1. Indique verdadero o falso según corresponda:

Sobre el modelo Harrod-Domar:

a) Predice que el nivel de producción de la economía crecerá siempre a la tasa a la que crece la población.
b) La economía se encuentra en su edad de oro cuando la tasa natural, garantizada y efectiva de crecimiento se igualan.
c) Existen varias tasas de ahorro posibles en una economía que son consistentes con un crecimiento con pleno empleo.
d) El ahorro público puede contribuir a alcanzar la tasa de ahorro consistente con los planes de ahorro e inversión de los capitalistas.

Sobre el modelo de Solow:

e) Asume que el cociente capital-producto es constante
f) Cuanto mayor es la tasa de depreciación, mayor es la acumulación de capital.
g) El equilibrio se alcanza cuando el capital per cápita crece a la misma tasa a la que crece la población.
h) La introducción de una función de producción con rendimientos marginales decrecientes permite demostrar que el equilibrio es estable.
i) La convergencia absoluta predice que todas las economías convergirán al mismo estado estacionario.
j) La convergencia condicional predice que economías con iguales niveles iniciales de capital convergirán al mismo estado estacionario.
k) El capital per cápita puede crecer a una tasa positiva sin la necesidad de introducir mejoras tecnológicas.

2. El modelo de Solow

Se tiene una economía cerrada:

$$S = sY \qquad (1)$$

$$I = \dot{K} + \delta K \qquad (2)$$

$$S = I \qquad (3)$$

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}, \text{ donde } \alpha < 1 \qquad (4)$$

$$\frac{\dot{L}}{L} = n \qquad (5)$$

a) Caracterice cada una de las ecuaciones del modelo.
b) Encontrar la ley de movimiento del capital per cápita (dinámica del capital).
c) Suponga los siguientes valores para las variables del modelo:

$$A = 1$$
$$\alpha = 0.7$$
$$s = 0.4$$
$$n = 0.3$$
$$\delta = 0.1$$

Encuentre algebraicamente el valor de estado estacionario del capital.
d) Explique qué ocurre en el estado estacionario de una economía como la descrita si ocurre:

i) Un incremento en la tasa de ahorro "s" de 0.4 a 0.8.
ii) Una caída en la tasa de fertilidad de la población que implique que "n" caída de 0.3 a 0.1. Ayúdese utilizando un gráfico en el plano (f(k),k).

e) Caracterice el equilibrio alrededor del estado estacionario de k(t). Ayúdese utilizando un gráfico en el plano (y,k).

3. Señale verdadero o falso:

a) La tasa de ahorro siempre será igual a la tasa de inversión.
b) Un aumento de la tasa de inversión puede mantener indefinidamente el crecimiento de la producción per cápita.
c) Si el capital nunca se deprecia, el crecimiento de la producción per cápita puede mantenerse indefinidamente.
d) Cuánto más alta sea la tasa de ahorro, mayor será el consumo per cápita en el Estado Estacionario.

4. En el modelo de Solow clásico:

a) Verifique que en el estado estacionario, el capital, la producción, el consumo y el ahorro crecen a la tasa de crecimiento de la población.
b) Explique los efectos sobre los valores de equilibrio del estado estacionario per cápita del stock de capital, el nivel de producción y el nivel de consumo de:

i) Un incremento en el progreso técnico
ii) Una caída en la tasa de crecimiento poblacional.

5. Se tiene una economía cerrada <u>sin depreciación</u>:

$$S = sY$$

$$I = \dot{K}$$

$$S = I$$

$$Y = K^{\alpha}(EL)^{\beta}$$

$$\frac{\dot{L}}{L} = n$$

$$\frac{\dot{E}}{E} = m$$

Donde $\alpha > 0; \beta > 0; \alpha + \beta = 1$ y m es la tasa de crecimiento del progreso técnico.

Además Y es el producto, K es el acervo o stock de capital; L es trabajo y E puede ser interpretado como el "conocimiento" o "efectividad del factor trabajo" (su cambio se conoce como progreso técnico). Por lo tanto a (EL) se le denomina trabajo efectivo.

a) Presente el ahorro, inversión y el nivel de producción en términos por trabajador efectivo.

b) Hallar la tasa de crecimiento del capital por trabajador efectivo:

$$\frac{\partial(E.L)/\partial t}{E.L}$$

c) Encontrar la ley de movimiento del capital por trabajador efectivo.

d) ¿Cómo se define el estado estacionario en este modelo?

e) Halle la solución de estado estacionario del capital por trabajador efectivo, el producto por trabajador efectivo y el consumo por trabajador efectivo.

f) Explique intuitivamente, completando con un gráfico, qué ocurre en el estado estacionario de una economía como la descrita ante:

- **i)** Un incremento de la tasa de crecimiento del progreso técnico (m)
- **iii)** Una caída en la tasa de ahorro (s)

Solución

1. Respuesta:

- **a)** Falso.
- **b)** Verdadero
- **c)** Falso
- **d)** Verdadero

Sobre el modelo de Solow:

- **e)** Falso
- **f)** Falso
- **g)** Falso
- **h)** Verdadero
- **i)** Falso
- **j)** Falso
- **k)** Falso

2. Respuesta:

a) La ecuación (1) es la función de ahorro que depende de la producción, donde s es la propensión marginal a ahorrar y es una constante exógena. La ecuación (2) refleja la definición de inversión, que en este caso, incluye depreciación: la inversión se genera por dos motivos: la creación de nuevo capital ($\dot{K}$) y la reposición del desgaste que ocasiona el proceso productivo (δK).

La ecuación (3) es la condición de equilibrio: en una economía cerrada y sin gobierno, el producto, por un lado, es igual al consumo más el ahorro (Y = C+S), y por otro lado, equivale al consumo más la inversión (Y = C+I). De esto se deduce que el ahorro es igual a la inversión. La ecuación (4) representa la función de producción neoclásica, con rendimientos constantes a escala y productos marginales decrecientes. La ecuación (5) es la tasa de crecimiento de la fuerza laboral que es constante y exógena.

b) Dado que tenemos una función de producción neoclásica, homogénea de grado 1, podemos convertir dicha función a términos per cápita:

$$\frac{Y}{L} = \frac{AK^{\alpha}L^{1-\alpha}}{L} = A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} = Ak^{\alpha}$$

Por lo tanto, el ahorro en términos per cápita será igual a:

$$\frac{S}{L} = \frac{sY}{L} = sy = sAk^{\alpha}$$

La tasa de crecimiento de la relación capital trabajo es igual a:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{(\dot{K}/L)}{(K/L)} = \left(\frac{L}{K}\right)\left(\frac{L\dot{K} - K\dot{L}}{L^2}\right) = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}$$

Despejando $\dot{k}$ de la ecuación anterior y reemplazando la tasa de crecimiento de la fuerza laboral (n), tenemos que:

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}}{L} - nk \qquad (6)$$

Luego, de la ecuación (2) tomando en cuenta la definición de inversión en términos per cápita:

$$\frac{I}{L} = \frac{\dot{K}}{L} + \delta k \qquad (7)$$

Despejamos $\frac{\dot{K}}{L}$ de las ecuaciones (6) y (7) y luego igualamos ambos términos, con lo cual obtenemos lo siguiente:

$$\frac{I}{L} = \dot{k} + (n + \delta)k$$

Dado que nos encontramos en una economía cerrada y sin gobierno:

$$y = c + i$$

$$y = c + \dot{k} + (n + \delta)k$$

$$y - c = \dot{k} + (n + \delta)k$$

Según la condición de equilibrio, en términos per cápita: $i = sy$ con lo cual obtenemos la siguiente ecuación:

$$sy = \dot{k} + (n + \delta)k$$

Para hallar la ley del capital, es necesario despejar $\dot{k}$ de la ecuación anterior, con lo que se obtiene:

$$\dot{k} = sy - (n + \delta)k$$

$$\dot{k} = s(Ak^{\alpha}) - k(n + \delta)$$

c) En estado estacionario, $\dot{k} = 0$, por lo que $s(Ak^{\alpha}) = (n + \delta)k$.

$$k^* = \left[\frac{sA}{(n+\delta)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Reemplazando los datos: $A = 1,\ \alpha = 0.7,\ s = 0.4,\ n = 0.3,\ \delta = 0.1$

$$k^* = \left[\frac{(0.4)x1}{(0.3+0.1)}\right]^{\frac{1}{0.3}} = 1$$

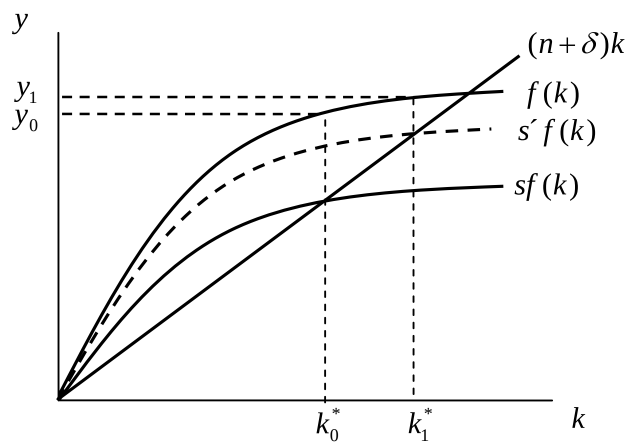
d) Explique qué ocurre en el estado estacionario de una economía como la descrita si ocurre:

i) Ante un incremento de la tasa de ahorro s de 0.4 a 0.8. Matemáticamente:

$$k^* = \left[\frac{0.8}{0.4}\right]^{\frac{1}{0.3}} = 10.08$$

Gráficamente:

Un incremento del ahorro



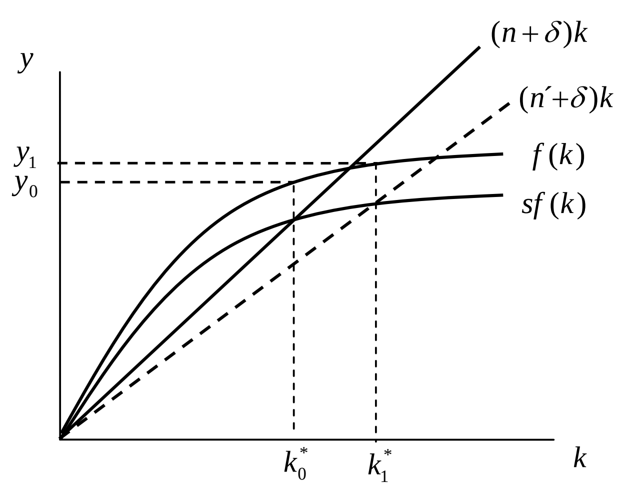
ii) Ante una caída de la tasa de fertilidad que implique una caída de n de 0.3 a 0.1.

Matemáticamente:

$$k^* = \left[\frac{0.4}{0.2}\right]^{\frac{1}{0.3}} = 10.08$$

Gráficamente:

Una disminución de la tasa de crecimiento de la población



3. Señale verdadero o falso:

a) Verdadero. Dada la condición de equilibrio, esto siempre se cumplirá.

b) Falso. Solamente se cumple hasta el estado estacionario.

c) Falso. Solamente hasta el estado estacionario.

d) Verdadero. Con el incremento de la tasa de ahorro, el valor de k en el estado estacionario será mayor, y el producto también será mayor, lo cual estimulará a un mayor consumo.

4. En el modelo de Solow clásico:

a) Verifique que en el estado estacionario (EE), el capital, la producción, el consumo y el ahorro crecen a la tasa de crecimiento de la población.

El capital:

$$K = kL$$
$$\dot{K} = L\dot{k} + \dot{L}k$$
$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{L\dot{k} + \dot{L}k}{kL}$$
$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{k}}{k} + n$$

En el EE $\dot{k} = 0$, por lo tanto $\frac{\dot{K}}{K} = n$

La producción:

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$
$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{A\alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha}\dot{K} + (1-\alpha)L^{-\alpha}K^{\alpha}\dot{L}}{AK^{\alpha}L^{1-\alpha}}$$
$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha\frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L}$$
$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha n + (1-\alpha)n = n$$

El ahorro:

$$S = sY$$

$$\frac{\dot{S}}{S} = \frac{s\dot{Y}}{sY} = \frac{\dot{Y}}{Y} = n$$

El consumo:

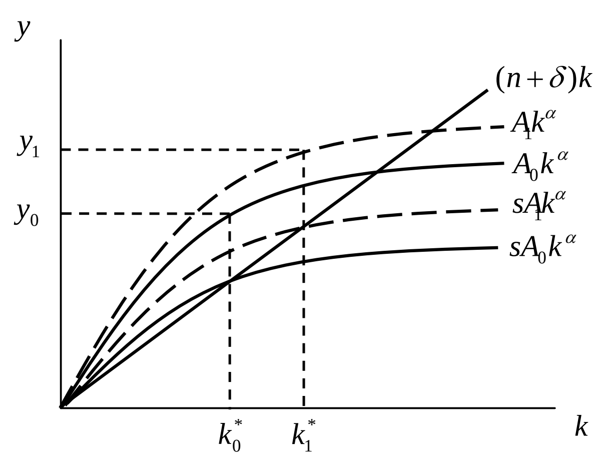
$$C = (1-s)Y$$

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{(1-s)\dot{Y}}{(1-s)Y} = n$$

b) Explique los efectos sobre los valores de equilibrio del estado estacionario per cápita del stock de capital, el nivel de producción y el nivel de consumo de:

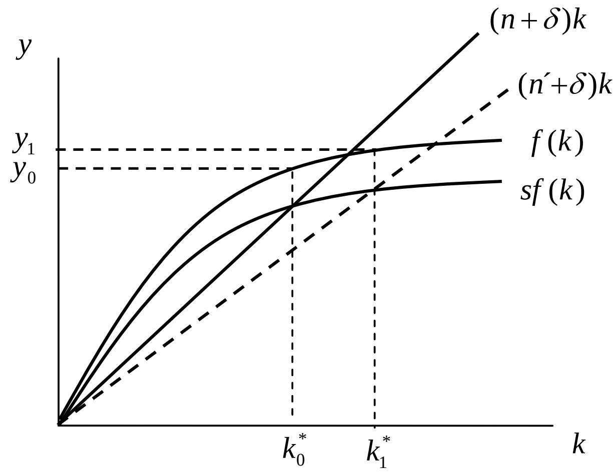
i) Incremento en el progreso técnico: para cada nivel de capital per cápita el progreso técnico implica una mayor producción per cápita y por lo tanto un mayor ahorro (inversión) per cápita. Dado que la tasa de depreciación y la de crecimiento poblacional no han variado, el EE será uno con mayor capital y producción per cápita.

Un incremento en el progreso técnico



ii) Disminución de la tasa de crecimiento poblacional: En el estado estacionario el stock de capital per cápita será mayor, por lo cual la producción per cápita también será mayor. Además, dado que la tasa de crecimiento ha disminuido, la economía tardará más en llegar al estado estacionario.

Una disminución de la tasa de crecimiento de la población



5. Respuesta:

a) En lugar de dividir a nuestras variables entre el número de trabajadores "L", como se trata de trabajadores efectivos, dividimos a nuestras variables entre "EL", con lo cual tenemos que:

$$s = \frac{S}{EL}; \; y = \frac{Y}{EL}; \; i = \frac{I}{EL}$$

b) La tasa de crecimiento del capital por trabajador efectivo es igual a:

$$\frac{\dot{(EL)}}{EL} = \frac{\dot{E}L}{EL} + \frac{\dot{L}E}{EL} = m + n$$

c) Para encontrar la ley de movimiento del capital se parte de:

$$\dot{k} = \left(\frac{\dot{K}}{EL}\right) = \frac{\dot{K}\,EL - \dot{(EL)}K}{(EL)^2} = \frac{\dot{K}}{EL} - (m+n)k$$

De la ecuación de inversión $I = \dot{K}$, en términos pe cápita y sabiendo que la inversión es igual al ahorro, se tiene que:

$$sy = \frac{\dot{K}}{EL}$$

Reemplazando esta última ecuación en lo anterior, obtenemos lo siguiente:

$$\dot{k} = sy - (m + n)k$$

Esta es la ley de movimiento del capital por trabajador efectivo.

d) El estado estacionario ocurre cuando el capital y la renta per trabajador efectivo dejan de variar en el tiempo, es decir, se mantienen constantes. En este punto, la inversión necesaria para dotar de capital a los nuevos trabajadores o para reponer el stock de capital gastado u obsoleto es igual al ahorro generado por la economía. Esto ocurre cuando $\dot{k} = 0$.

e) La solución de estado estacionario para las variables del modelo está dada por:

El capital por trabajador efectivo: cuando $\dot{k} = 0 \Rightarrow sk^{\alpha} = (m + n)k$

Despejamos el k y obtenemos el capital por trabajador efectivo igual a:

$$k^* = \left(\frac{s}{m + n}\right)^{\frac{1}{\beta}}$$

De la misma manera, sabemos que cuando $\dot{k} = 0 \Rightarrow sy = (m + n)y^{1/\alpha}$

Por lo tanto, nuestro producto por trabajador efectivo será:

$$y^* = k^{\alpha} = \left(\frac{s}{m + n}\right)^{\frac{\alpha}{\beta}}$$

Sabemos que $c^* = (1 - s)y^*$. Entonces, reemplazamos el valor de y* obteniendo el consumo por trabajador efectivo.

$$c^* = (1 - s)\left(\frac{s}{m + n)}\right)^{\frac{\alpha}{\beta}}$$

f) Respuesta:

i) Cuando aumenta la tasa de crecimiento del progreso técnico, en el EE el nivel de capital en términos de trabajador efectivo serán menores por lo que el nivel de producción por trabajador efectivo también será menor.

ii) Cuando la tasa de ahorro disminuye, dado que la inversión es igual al ahorro, la inversión también disminuye y por lo tanto disminuye el capital por trabajador efectivo y el producto en el estado estacionario.

ÚLTIMAS PUBLICACIONES DE LOS PROFESORES
DEL DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

Libros

Felix Jiménez
2010 *La economía peruana del último medio siglo.* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Felix Jiménez (Ed.)
2010 *Teoría económica y Desarrollo Social: Exclusión, Desigualdad y Democracia. Homenaje a Adolfo Figueroa.* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Óscar Dancourt y Félix Jiménez (Ed.)
2009 *Crisis internacional. Impactos y respuestas de política económica en el Perú*. Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Alfredo Dammert y Raúl García
2009 *Los Jones quieren casa nueva. Cómo entender la nueva crisis económica mundial*. Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Efraín Gonzales de Olarte y Javier Iguiñiz Echeverría (Eds.)
2009 *Desarrollo económico y bienestar. Homenaje a Máximo Vega-Centeno.* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Félix Jiménez
2008 *Reglas y sostenibilidad de la política fiscal. Lecciones de la experiencia peruana.* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Adolfo Figueroa
2008 *Nuestro mundo social. Introducción a la ciencia económica*. Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Alan Fairlie
2007 *Bases para una negociación justa entre la unión europea y la comunidad andina.* Lima: Comunidad Andina y Programa Laboral de Desarrollo (PLADES).

Alan Fairlie y Sandra Queija
2007 *Relaciones económica Perú – Chile: ¿Integración o conflicto?* Lima: Fondo editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Waldo Mendoza y Pedro Herrera
2006 *Macroeconomía. Un marco de análisis para una economía pequeña y abierta*. Lima: Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Serie: Documentos de Trabajo

No. 299 “Elementos de teoría y política macroeconómica para una economía abierta. Cuarta parte: Capítulo 12, 13 y 14”. Félix Jiménez. Octubre, 2010.

No. 298 “Elementos de teoría y política macroeconómica para una economía abierta. Tercera parte: Capítulo 11”. Félix Jiménez. Octubre, 2010.

No. 297 “Elementos de teoría y política macroeconómica para una economía abierta. Tercera parte: Capítulos 9 y 10”. Félix Jiménez. Octubre, 2010.

No. 296 “Elementos de teoría y política macroeconómica para una economía abierta. Tercera parte: Capítulo 8”. Félix Jiménez. Octubre, 2010.

No. 295 “Elementos de teoría y política macroeconómica para una economía abierta. Segunda parte: Capítulo 7”. Félix Jiménez. Octubre, 2010.

No. 294 “Elementos de teoría y política macroeconómica para una economía abierta. Segunda parte: Capítulo 6”. Félix Jiménez. Octubre, 2010.

No. 293 “Elementos de teoría y política macroeconómica para una economía abierta. Segunda parte: Capítulo 5”. Félix Jiménez. Setiembre, 2010.

No. 292 “Elementos de teoría y política macroeconómica para una economía abierta. Primera parte: Capítulos 1 al 4”. Félix Jiménez. Setiembre, 2010.

No. 291 “Crecimiento económico: enfoques y modelos. Capítulo 4 – Crecimiento, distribución del ingreso y empleo”. Félix Jiménez. Agosto, 2010.

No. 290 “Crecimiento económico: enfoques y modelos. Capítulo 3 – La controversia sobre la teoría del capital y la teoría del crecimiento”. Félix Jiménez. Agosto, 2010.

No. 289 “Crecimiento económico: enfoques y modelos. Capítulo 2 – Crecimiento económico y empleo: Keynesianos y Neoclásicos”. Félix Jiménez. Agosto, 2010.

No. 288 “Crecimiento económico: enfoques y modelos. Capítulo 1 – Introducción: la teoría del crecimiento, conceptos básicos y breve historia”. Félix Jiménez. Agosto, 2010.

Departamento de Economía - Pontificia Universidad Católica del Perú
Av. Universitaria 1801, Lima 32 – Perú.
Telf. 626-2000 anexos 4950 - 4951
http://www.pucp.edu.pe/economia